EBS

수능개념 수학

기쎈 구명석의 수학 Ⅱ 끝장내기

2017 수능대비
강의노트

EBS

www.ebsi.co.kr

수능개념 수학

기쎈 구명석의
수학 Ⅱ 끝장내기





▶ 강사 **구명석** 선생님

약력
- 기쎈교육 대표
- 성균관대학교 일반대학원 수학전공
- 사과나무 학원 수학영역 강사
- 제이원 수학영역 강사
- 펜타스 수학영역 강사
- 지트 에듀케이션 수리논술 강사

저서
- 강남구청 인터넷수능방송 실전대비 450제 수리영역 (가)형
- 강남구청 인터넷수능방송 실전대비 300제 수리영역 (나)형



EBS 수학영역 구명석

'**진심**은 통한다'

진심을 다해 수강생들을 가르쳤던 저 구명석이
진심을 다해 만든 수능개념 교재가 출간 되었습니다.

'**진심**'이라는 한 단어로 이 책을 설명하기엔 턱없이 부족하지만
'**진심**'이라는 한 단어라면 여러분이 믿고 의지해도 좋을 것 같다는 생각이 듭니다.

저 구명석이 **진심**을 다해 만든 이 교재를
우리 수험생 여러분들이 **진심**을 다해 풀어준다면
분명 좋은 결과가 있을 것이라 믿어 의심치 않습니다.

진심을 다한다면 언젠가는 통하는 것처럼,
수험생 여러분의 **진심**이 담긴 간절한 바람이 이 책을 통해 이뤄지길 바랍니다.

전국의 모든 수험생들이 **기**본기와 **센**스를 갖추는 그 날까지
저 구명석은 여러분들을 위해 **진심**을 다해 노력할 것을 약속하겠습니다.

전국의 모든 수험생들 힘내세요.

[EBS 수능개념 기쎈 구명석의 수학2 끝장내기]

" 한 강좌로 수학2를 끝장낼 수 있는 핵심 교재활용법 "

1

1단계

구명석 선생님의
수학2 끝장내기 강좌를 들어요.
기본개념부터 상위권 내용까지 귀에 쏙쏙.
강좌마다 [기쎈TIP]을 통해
지나간 과정의 기본핵심 내용들도
복습할 수 있어요,
단순한 복습이 아니라
수학2와의 연계성을 가지고
복습 할 수 있어요. 우와^^

6. 세 집합
$A=\{(x,y)|x^2+y^2+4x-8y-5=0\}$, $B=\{(x,y)|x$
$C=\{(x,y)|mx-10y+1=0\}$에 대하여 $(A \quad B)\subset$
수 m의 값은? [올림포스]

① 2 ② 4 ③ 6



기쎈 Tip " 직선과 원을 복습해 볼까? "

2

2단계

기본문제 연습이 더 필요한 친구들을 위해
EBS 홈페이지 구명석 선생님 강의 게시판에
선물을 준비했어요♡
기본문제를 집중 연습하고 그 후에
말랑말랑한 센스 문제를 풀도록 해요.
단계단계 내가 UP됨을 느낄 수 있어요^^

1강 - 집합 기본문항 점검하기

3

3단계

말랑말랑한 센스 문제까지 완성되었나요?
마지막으로
각 단원별로 생각트리를 완성해보아요.
머릿속에 큰 그림을 그려두어야
어떤 문제에도 강할 수 있어요.
선생님이 완성한 생각트리는
게시판을 통해 확인해보아요^^

함수
역함수와 합성함수
함수의 정의
함수의 종류
유리함수/무리함수

1. 용어정리 :
2. 함수의 그래프 예시 :

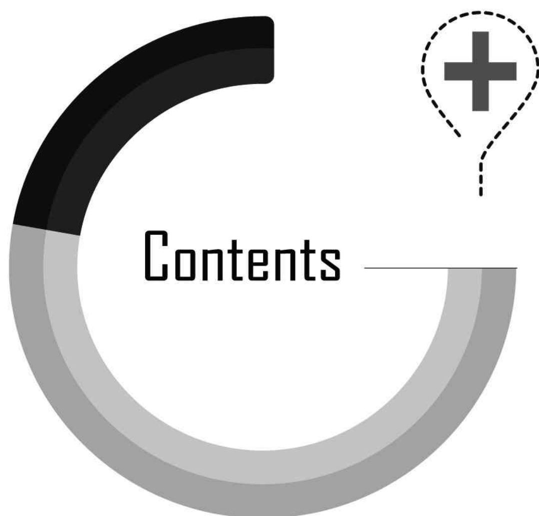
1. 일대일함수 :
2. 일대일대응 :
3. 항등함수 :
4. 상수함수 :

4

4단계

개념도 탄탄하게 정리완료
상위권 문제까지 센스도 UP
그리고 자신감까지^^

자, 이제
수능특강/수능완성으로 돌진합니다^^



1	집합(1)	⋯ p8 - p15
2	집합(2)	⋯ p17 - p22
3	명제(1)	⋯ p24 - p31
4	명제(2)	⋯ p33 - p40
5	함수	⋯ p44 - p51
6	합성함수와 역함수	⋯ p53 - p62
7	유리함수	⋯ p64 - p70
8	무리함수	⋯ p72 - p79
9	등차수열과 등비수열	⋯ p82 - p93
10	수열의 합	⋯ p95 - p101
11	수학적귀납법	⋯ p103 - p113
12	지수	⋯ p116 - p126
13	로그	⋯ p128 - p138
14	빠른정답	⋯ p142 - p146

Ⅰ.집합과 명제



MEMO



1. 집합 (1)

단단한 기본기

1. 집합과 원소

1) **집합** : 주어진 조건에 의하여 대상을 분명히 정할 수 있는 것들의 모임
2) **원소** : 집합을 이루는 대상 하나하나

ex 1 **다음 중 집합인 것은?**

① 구명석 선생님을 좋아하는 학생들의 모임
② 어려운 수학 문제들의 모임
③ 10에 가까운 자연수들의 모임
④ 멋진 남자들의 모임
⑤ 방정식 $x^2=1$의 해들의 모임

MEMO

2. 집합의 표현 방법

1) **원소나열법** : 집합에 속하는 모든 원소를 { }안에 일일이 나열하는 방법
2) **조건제시법** :
집합에 속하는 모든 원소들의 공통된 성질을 조건으로 제시하는 방법
3) **벤 다이어그램** :
집합을 원이나 직사각형 등을 사용하여 그림으로 나타내는 방법

ex 2 **자연수 n에 대하여 집합 A_n을 $A_n = \{x|x$는 n과 서로소인 자연수$\}$ 라고 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?**

[보 기]

ㄱ. $A_4 = A_8$ ㄴ. $A_3 = A_6$ ㄷ. $A_6 = A_3 \cap A_2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



MEMO

3. 원소의 개수에 따른 집합의 분류

1) $n(A)$: 원소가 유한개인 집합 A의 원소의 개수
2) **유한집합** : 원소의 개수가 유한개인 집합
3) **무한집합** : 원소의 개수가 무수히 많은 집합
4) **공집합($\varnothing$)** : 원소가 하나도 없는 집합. 공집합은 유한집합이다.

ex 3 **집합** $A=\{-1,1,-i,i\}$**에 대하여 집합** $A_1=\{a^4 \mid a\in A\}$,
$A_2=\{ab \mid a\in A, b\in A\}$, $A_3=\{a^2+b^2 \mid a\in A, b\in A\}$**일 때,**
$n(A_1)+n(A_2)+n(A_3)$**의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)**

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

MEMO

4. 집합의 포함관계

1) 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속할 때, A를 B의 **부분집합**이라 하고 $A \subset B$로 나타낸다.
2) $A=B$: 두 집합 A와 B가 같은 원소로 이루어져 있을 때, 즉 $A \subset B$이고 $B \subset A$ $\Rightarrow$ **서로 같다**
3) $A \subset B$이고 $A \neq B$일 때, 집합 A를 집합 B의 **진부분집합**이라 한다.

4) 집합 $A=\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$에 대하여
   ① 집합 A의 부분집합의 개수 : $\mathbf{2^n}$
   ② 집합 A의 진부분집합의 개수 : $\mathbf{2^n}-1$

ex 4 **집합 $A=\{\varnothing, 1, \{2\}, \{1,2\}\}$에 대해 <보기> 중 옳은 것은 몇 개인가?**

[보 기]

ㄱ. $\varnothing \in A$　　ㄴ. $\varnothing \subset A$　　ㄷ. $\{2\} \in A$
ㄹ. $\{1,2\} \subset A$　　ㅁ. 집합 A의 부분집합의 개수는 16이다.

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

ex 5 **집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합 중에서 소수인 원소가 적어도 한 개는 속해 있는 집합의 개수는?**

① 16　② 20　③ 24　④ 28　⑤ 32



MEMO

말랑말랑한 센스

1. 두 집합 $A=\{n \mid i^n=1,\ n$은 두 자리 자연수$\}$,

$B=\{n \mid (\frac{-1+\sqrt{3}i}{2})^n=1,\ n$은 두 자리 자연수$\}$에 대하여

$n(B)-n(A)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$이다.) [올림포스]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



기쎈 Tip

" i 너 누구니? "

2. 집합 $S=\{1,2,3,4,5\}$의 부분집합 중 원소의 개수가 2개 이상인 모든 집합에 대하여 각 집합의 가장 작은 원소를 모두 더한 값은? [2012 9월]

① 42 ② 46 ③ 50 ④ 54 ⑤ 58

MEMO

3. **전체집합** $U=\{x|1 \le x \le 12,\ x$는 자연수$\}$**의 두 부분집합** $A=\{1, 2\}$**,** $B=\{2, 3, 5, 7\}$**에 대하여 다음 조건을 만족시키는** U**의 부분집합** X**의 개수를 구하시오.** [2011 6월]

(가) $A \cup X = X$ (나) $(B-A) \cap X = \{5, 7\}$

4. **두 집합** $A=\{a+b, 2a-b, 6\}$, $B=\{ab, 1, 5\}$**에 대하여** $A \subset B,\ n(B) \le n(A)$ **일 때, 두 상수** a, b**에 대하여** $b-a$**의 값은?**
[올림포스 평가문제집]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2



MEMO

5. **세 집합**

$A=\{(x,y)|x^2+y^2+4x-8y-5=0\}$, $B=\{(x,y)|x^2+y^2-6x+2y-6=0\}$, $C=\{(x,y)|mx-10y+1=0\}$**에 대하여** $(A\cap B)\subset C$**가 성립하도록 하는 상수** m**의 값은?** [올림포스]

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10



기쎈 Tip　**" 직선과 원을 복습해 볼까? "**

MEMO

6. **자연수 n에 대하여**

$A_n = \{x \mid x$ **는** n **이하의 소수**$\}$

$B_n = \{x \mid x$ **는** n**의 양의 약수**$\}$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [2013 6월]

[보 기]

ㄱ. $A_3 \cap B_4 = \{2\}$

ㄴ. 모든 자연수 n에 대하여 $A_n \subset A_{n+1}$이다.

ㄷ. 두 자연수 m, n에 대하여 $B_m \subset B_n$이면 m은 n의 배수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



MEMO



읽기자료

“ 위험한 발견 ”

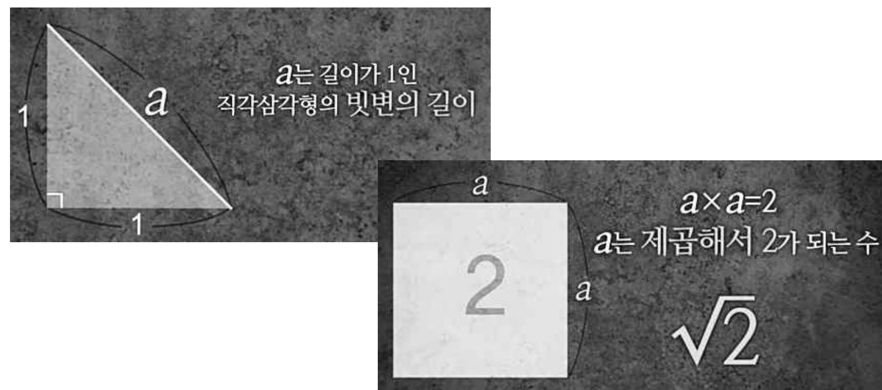
2500년전, 그리스.
수학, 자연철학, 과학 등을 함께 연구했던 피타고라스와 그의 제자들.

“모든 수는 정수 또는 정수의 비(분수)로 표현할 수 있다.”

신앙과도 같은 피타고라스학파의 확고한 신념

그.런.데.

한 변의 길이가 1인 직각 삼각형의 빗변의 길이를 연구하던 히파수스



순환하지 않는 무한소수. 정수 또는 분수 꼴로 나타낼 수 없는 수 발견

피타고라스 학파의 신념을 한순간 무너트릴 수 있는 이 발견을 숨기기 위해
히파수스는 죽임을 당한다.

훗날, 히파수스가 발견한 수는
‘무리수’라는 이름을 갖게 된다.

- ebs 배움너머 ‘위험한 발견-무리수의 역사’ 中에서



2. 집합 (2)

MEMO

단단한 기본기

1. 집합의 연산

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

1) **합집합** : $A\cup B=\{x \mid x\in A$ 또는 $x\in B\}$
2) **교집합** : $A\cap B=\{x \mid x\in A$ 이고 $x\in B\}$
3) **차집합** : $A-B=\{x \mid x\in A$ 이고 $x\notin B\}$
4) **여집합** : $A^c=\{x \mid x\in U$ 이고 $x\notin A\}$ (단, U는 전체집합)

ex 1 **실수 전체의 집합 R의 두 부분집합**

$A=\{x|x^2-x-6>0\}$, $B=\{x|x^2+ax+b\le 0\}$

가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오. [2013 9월]

(가) $A\cup B=R$
(나) $A\cap B=\{x|-5\le x<-2\}$



MEMO

ex 2 두 집합 A, B에 대하여
$A \cup B = \{x | 1 \le x < 6\}$, $A \cap B = \{x | 3 < x \le 4\}$가 성립할 때,
집합 $(A-B) \cup (B-A)$에 속하는 모든 정수의 합을 구하시오.
[올림포스]

MEMO

2. 집합의 연산법칙

1) **교환법칙** : $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$
2) **결합법칙**
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3) **분배법칙**
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4) **드모르간 법칙** : $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

ex 3 **전체집합 $U = \{1,2,3,4,5\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A = \{1,2\}$일 때, $A \cup (A^c \cap B) = \{1,2,3\}$을 만족시키는 집합 B의 개수를 구하시오.**
[올림포스]

ex 4 **전체집합 U의 공집합이 아닌 서로 다른 두 부분집합 A, B가 $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = B$를 만족시킬 때, 항상 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?** [2010 11월]

[보 기]
ㄱ. $B \subset A$
ㄴ. $A - B = \varnothing$
ㄷ. $A \cup B^c = U$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ



MEMO

3. 집합의 원소의 개수

1) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
2) $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(B)$

ex 5 **전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여**

$n(U) = 20,\ n(A) = 9,\ n(B) = 7,\ n(A^c \cap B^c) = 6$

일 때, $n(A - B)$의 값을 구하여라. [올림포스]



기쎈 Tip " 세 집합이 등장하면?? "

ex 6 **어느 대학교 수학과에 80명의 학생들이 있으며, 과동아리로 축구동아리, 노래동아리, 컴퓨터동아리로 세 종류가 있다. 각각의 동아리 구성인원은 28명, 42명, 30명이다. 축구동아리와 노래동아리를 동시에 가입한 학생은 8명, 노래동아리와 컴퓨터동아리를 동시에 가입한 학생은 27명, 축구동아리와 컴퓨터동아리를 동시에 가입한 학생이 5명이며 세 개의 동아리에 모두 가입한 학생이 3명이라고 하자. 동아리를 하나도 가입하지 않은 학생은 몇 명인가?**

MEMO

말랑말랑한 센스

1. **전체집합 U의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?** [2011 11월]

[보 기]

ㄱ. $A-B^c=A\cap B$
ㄴ. $(A-B)-C=A-(B\cup C)$
ㄷ. $\{A\cap(B-A)^c\}\cup\{(B-A)\cap A\}=A$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. **전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 연산 $*$을**

$$A*B=(A\cup B)^c\cup(A\cap B)$$

로 정의할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [2009 3월]

[보 기]

ㄱ. $A*B=B*A$
ㄴ. $A*A=A$
ㄷ. $A*A*\cdots*A$ (A가 2016개) $=U$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



MEMO

3. 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 서로 다른 두 부분집합 $X,\ Y$에 대하여 $(X\cup Y)-(X\cap Y)$의 가장 작은 원소가 X에 속할 때, $X⇨Y$라 하자. U의 세 부분집합

$$A=\{2,\ 3,\ 4\},\ B=\{1,\ 2,\ 5\},\ C=\{2,\ 4,\ 5\}$$

에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A⇨B⇨C$ ② $A⇨C⇨B$ ③ $C⇨A⇨B$
④ $B⇨C⇨A$ ⑤ $B⇨A⇨C$

4. 어느 학급 학생 36명을 대상으로 지난 토요일과 일요일에 축구 경기를 시청한 학생 수를 조사하였다. 그 결과 토요일에 시청한 학생은 25명, 일요일에 시청한 학생은 17명이었다. 토요일과 일요일 모두 시청한 학생 수의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? [2013 6월]

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23



읽기자료

MEMO

“ 종이 한 장으로 달나라까지 ”

달나라 여행을 함께 가볼까요?

단,
여러분들에게 주어진 것은 종이 한 장 뿐.

종이 한 장의 두께는 0.1 mm
한 번 접으면 두께는 0.2 mm
두 번 접으면 두께는 0.4 mm

…

42번 접으면 두께는
439,804,651,110.4 mm = 439,805 km
지구에서 달까지의 거리는 380,000 km

42번만 접으면 달나라까지 갈 수 있어요

지구에서 태양까지의 거리
약 150,000,000 km

태양까지 함께 떠나볼까요?

불가능한 일도 가능하게 만드는 곳
이곳에 바로 수학의 세계입니다.

- ebs 배움너머 ‘종이 한 장으로 달나라까지 - 거듭제곱’ 中에서



MEMO



3. 명제 (1)

단단한 기본기

1. 명제와 조건

1) **명제** : 참, 거짓을 판별할 수 있는 문장 또는 식
2) **조건** : 미지수 x를 포함하는 문장이나 식 중에서 x의 값에 따라 참, 거짓을 판별할 수 있는 문장이나 식
3) **진리집합** : 전체집합의 원소 중에서 조건이 참이 되도록 하는 모든 원소들의 집합

ex 1 **다음 명제 중 그 역이 참인 것은?**

① $x>0$이면 $x^2>0$이다.
② $x^2-1\le 0$이면 $|x|<1$이다.
③ $x=1$이면 $x^2-6x+5=0$이다.
④ x가 홀수이면 x는 소수이다.
⑤ 두 집합 A, B에 대하여, $A\subset B$이면, $n(A)<n(B)$이다.

MEMO

2. 명제와 조건의 부정

1) p의 부정은 $\sim p$, $\sim p$의 진리집합은 P^c
2) $\sim(p$ 또는 $q) \Rightarrow \sim p$이고 $\sim q$, $\sim(p$이고 $q) \Rightarrow \sim p$ 또는 $\sim q$
3) '모든 x에 대하여 p이다'의 부정은 '어떤 x에 대하여 $\sim p$이다'
'어떤 x에 대하여 p이다'의 부정은 '모든 x에 대하여 $\sim p$이다'

3. 명제 $p \to q$의 참, 거짓

1) $P \subset Q$이면 명제 $p \to q$는 참, 명제 $p \to q$가 참이면 $P \subset Q$이다.
2) $P \not\subset Q$이면 명제 $p \to q$는 거짓, 명제 $p \to q$가 거짓이면 $P \not\subset Q$이다.

ex 2 **전체집합 $U=\{x|x$는 10이하의 자연수$\}$에 대하여 두 조건 p, q가**

p : $x^3-8x^2+17x-10=0$ q : $x^2 \le 3$

일 때 조건 'p이고 ~q'의 진리집합의 모든 원소의 합을 구하시오.

ex 3 **실수 x에 대한 두 조건**

p : $-1<x<a+1$
q : $|x-10| \ge 1$

에 대하여, 명제 $p \to q$가 참이 되도록 하는 a의 최댓값을 구하시오.
[2011 3월]



MEMO

ex 4 전체집합 $U=\{x \mid x$는 10이하의 자연수$\}$에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하자. 조건 p가

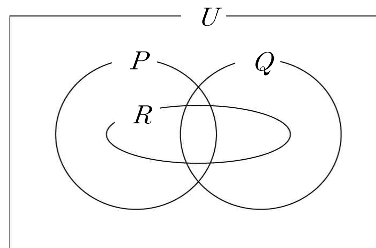
p : x는 소수이다.

일 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$가 참이 되게 하는 집합 Q의 개수를 구하시오. [2010 9월]

ex 5 실수 전체의 집합에 대하여 명제

'어떤 실수 x에 대하여 $x^2-18x+k<0$이다.'의 부정이 참이 되도록 하는 상수 k의 최솟값을 구하시오. [2013 9월]

ex 6 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R이라 하자. 그림은 세 집합 P, Q, R 사이의 관계를 나타낸 벤다이어그램이다. 다음 명제 중 항상 참인 것은? (단, U는 전체집합) [2009 6월]



① $p \rightarrow q$　② $r \rightarrow \sim p$　③ $p \rightarrow \sim q$
④ $r \rightarrow (p$ 또는 $q)$　⑤ $(p$ 이고 $r) \rightarrow q$

MEMO

4. 명제의 역과 대우

1) 명제 $p \to q$에 대하여 **역** : $q \to p$, **대우** : $\sim q \to \sim p$
2) 명제와 그 명제의 대우의 참, 거짓은 항상 일치한다.
3) **귀류법** : 명제를 부정하여 모순을 이끌어 냄으로써 원래 명제가 참임을 보이는 증명 방법



기쎈 Tip **" 원명제와 대우명제는 운명 공동체^^ "**

ex 7 **세 조건 p, q, r에 대하여 두 명제 $p \to q$, $r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 명제 중 항상 참인 것은?** [2013 9월]

① $\sim p \to \sim q$ ② $q \to r$ ③ $r \to \sim p$ ④ $\sim r \to q$ ⑤ $\sim r \to \sim p$

ex 8 **자연수 n에 대하여 명제 'n^2이 짝수이면 n은 짝수이다.'의 역과 대우의 참, 거짓을 판별하시오.**



MEMO

ex 9 자연수 m, n에 대하여 명제 'm, n의 곱이 짝수이면 m 또는 n은 짝수이다.'의 참을 판별하시오.



기쎈 Tip 막막하거나 당연한 결과의 증명은 귀류법!!!

말랑말랑한 센스

MEMO

1. **빨간색, 파란색, 노란색 구슬이 각각 한 개씩 있다. 이 세 개의 구슬을 A, B, C 세 사람에게 하나씩 나누어 주고, 세 사람 중 한 사람만 진실을 말하도록 하였더니 구슬을 받고 난 세 사람이 다음과 같이 말하였다.**

[올림포스]

A : 나는 파란색 구슬을 가지고 있다.
B : 나는 파란색 구슬을 가지고 있지 않다.
C : 나는 노란색 구슬을 가지고 있지 않다.

빨간색, 파란색, 노란색의 구슬을 받은 사람을 차례대로 나열한 것은?

① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C ④ C, B, A ⑤ C, A, B

2. **집합 $\{1,2,3,4,5,6\}$의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B에 대하여 두 명제**

'$x \in A$인 모든 x에 대하여 $x-4>0$이다.',

'$y \in B$인 어떤 y에 대하여 $y^2=4$이다.'

가 모두 참이 되도록 하는 집합 A, B의 개수를 각각 a, b라고 할 때, $a+b$의 값은? [올림포스 평가문제집]

① 19 ② 23 ③ 27 ④ 31 ⑤ 35



MEMO

3. **전체집합 U의 공집합이 아닌 세 부분집합 P, Q, R가 각각 세 조건 p, q, r의 진리집합이고, 세 명제 $p \rightarrow q$, $\sim p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow p$가 모두 참일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?** [2012 11월]

[보 기]

ㄱ. $P^C \subset Q$
ㄴ. $R - P^C = \varnothing$
ㄷ. $R^C \cup P^C \subset Q$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. **어느 휴대폰 제조 회사에서 휴대폰 판매량과 사용자 선호도에 대한 시장 조사를 하여 다음과 같은 결과를 얻었다.**

(가) 10대, 20대에게 선호도가 높은 제품은 판매량이 많다.
(나) 가격이 싼 제품은 판매량이 많다.
(다) 기능이 많은 제품은 10대, 20대에게 선호도가 높다.

위의 결과로부터 추론한 내용으로 항상 옳은 것은? [2011 6월]

① 기능이 많은 제품은 가격이 싸지 않다.
② 가격이 싸지 않은 제품은 판매량이 많지 않다.
③ 판매량이 많지 않은 제품은 기능이 많지 않다.
④ 10대, 20대에게 선호도가 높은 제품은 기능이 많다.
⑤ 10대, 20대에게 선호도가 높은 제품은 가격이 싸지 않다.

MEMO

5. **다음은 자연수 n에 대한 명제 'n^2이 3의 배수이면 n은 3의 배수이다.'를 대우를 이용하여 증명하는 과정 중 일부이다.** [올림포스 평가문제집]

> ⋮
>
> 자연수 k에 대하여 $n=$ (가) 또는 $n=3k-2$이다.
>
> (ⅰ) $n=$ (가) 인 경우
>
> $n^2=3(3k^2-2k)+1$이고 $3k^2-2k$는 자연수이므로 n^2은 3의 배수가 아니다.
>
> (ⅱ) $n=3k-2$인 경우
>
> $n^2=3\times($ (나) $)+1$이고 (나) 은 음이 아닌 정수 이므로 n^2은 3의 배수가 아니다.
>
> 따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 (가),(나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라고 할 때, $f(2)+g(2)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



MEMO



읽기자료

지은 선배가 알려주는 확실한 수학공부법



우리 이쁜 친구들 안녕. 구명석 선생님의 첫 제자, 지은 언니 or 누나야^^
나는 현재 수험생들을 가르치고 있는 선생님이지만,
여기서만큼은 조금 더 가까운 선배로서, 확실한 수학 공부법을 이야기해 주려 해.

1) 나만의 개념노트 만들기
수업을 들을 때, 집중해서 선생님과 칠판을 보자!
그리고 큰 틀을 적어두고, 후에 스스로 나만의 개념노트를 만들어 보는 거야.
복습하고 문제도 다시 풀어보면서 개념을 정리하는 것은
시간이 많이 걸리겠지만 그만큼 나의 것으로 흡수되는 과정이 되거든.
이렇게 머릿속에 고등학교 수학의 전 과정을 그림처럼 그려놓으면
수학에 대한 자신감이 마구마구 솟아오를 거야 ^^

2) 오답노트는 필수!!
오답노트가 모이고 모이면 정말 어마어마한 보물이야^^
아는 내용이 나와서 늘 맞추는 것은 의미가 없다고 생각해.
오답노트를 만들어놓고 틈틈이 계속 복습하며 취약부분을 점검하여
나를 더 완벽하게 만들어가는 과정이 정말 중요하겠지!!

3) 선생님 신뢰하기
나는 고3때도 전혀 불안하지 않았어.
구명석 선생님께서 이끌어 주시는 대로 따라갔고,
결국엔 좋은 결과로 이어지더라구^^
우리 친구들도 구명석 선생님의 진심을 믿고 따라간다면
좋은 결과가 있을 것이라 자신해!!!

이제 시작하는 우리 수험생 친구들.
이왕 하는 공부, 즐겁게 즐겁게 하면 좋겠어.
그 과정에 구명석 선생님이 늘 함께 하신다는 거 잊지 말고
수학이 짱 재밌는 친구들이 되길 바라며^^ 늘 응원할게♡

MEMO



4. 명제 (2)

단단한 기본기

1. 필요조건과 충분조건

1) $p \Rightarrow q$일 때, p는 q이기 위한 **충분조건**, q는 p이기 위한 **필요조건**
2) $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow p$일 때, 즉 $p \Leftrightarrow q$일 때, p는 q이기 위한 **필요충분조건**
3) $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$이면 $p \Rightarrow r$ (**삼단논법**)

ex 1 **정수 x에 대하여 조건 p가 조건 q이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?**

[보 기]

ㄱ. p: $x=5$	q: $x^2-2x-15=0$
ㄴ. p: x는 18의 양의 약수	q: x는 9의 양의 약수
ㄷ. $a+b\sqrt{x}=0$ (단, a,b:임의의실수)	q: $a=0$, $b=0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ



기쎈 Tip " 우리 센스를 높여 볼까? "



MEMO

ex 2

양의 실수 a와 b에 대하여 집합 A와 B를 다음과 같이 정의한다.

$$A=\{x|(x-a)(x+a)\leq 0\},\ B=\{x||x-1|\leq b\}$$

이때, $A\cap B=\varnothing$이기 위한 필요충분조건은? [2003 평가원]

① $a-b<1$ ② $a-b>1$ ③ $a+b=1$
④ $a+b<1$ ⑤ $a+b>1$

MEMO

2. 절대부등식

1) **절대부등식** : 문자를 포함한 부등식에서 문자에 어떤 실수를 대입해도 항상 성립하는 부등식

2) **여러 가지 절대부등식**

① $a^2+b^2 \geq 2ab$ (단, 등호는 $a=b$일 때 성립)
② $a^2 \pm ab+b^2 \geq 0$ (단, 등호는 $a=b=0$일 때 성립)
③ $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$ (단, 등호는 $a=b=c$일 때 성립)
④ $|a+b| \leq |a|+|b|$ (단, 등호는 $ab \geq 0$일 때 성립)
⑤ $a>0, b>0$일 때 $\frac{a+b}{2} \geq ab$ (단, 등호는 $a=b$일 때 성립)
⑥ $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$ (단, 등호는 $ay=bx$일 때 성립)



기쎈 Tip “ 절대 부등식을 쉽게 증명해 볼까? ”



MEMO

ex 3 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ $(a>0, b>0)$이 점 $\mathrm{A}(1, 2)$을 지날 때, ab의 최솟값을 구하면?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

ex 4 양수 x에 대하여 $(x-\frac{1}{x})(\frac{1}{x}-x)$의 최댓값 M을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

ex 5 $3x^2+4y^2=1$을 만족시키는 두 실수 x, y에 대하여 $x+y$의 최댓값은?
[올림포스]

① $\frac{\sqrt{15}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{17}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{19}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{21}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{23}}{6}$

MEMO

말랑말랑한 센스

1. $a>b>1$, $c>0$인 세 실수 a,b,c에 대하여 [보기]에서 옳은 식만을 있는 대로 고른 것은? [2010 6월]

[보 기]

ㄱ. $\dfrac{1}{a+c}<\dfrac{1}{b+c}$　　ㄴ. $ab+1>a+b$　　ㄷ. $\dfrac{a}{b}<\dfrac{a-1}{b-1}$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



기쎈 Tip " 수학에서 대소비교를 어떻게 할까? "



MEMO

2. 두 조건 p와 q가 다음과 같다.

$$p : x^2 - 8x + 15 \le 0$$
$$q : (x-2)(x-a) > 0$$

p는 $\sim q$이기 위한 충분조건일 때, 상수 a의 최솟값을 구하시오. [2004 9월]

3. 전체집합 U에서 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라 하자. $p \Rightarrow \sim q$이고, $\sim r \Rightarrow q$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
(단, P, Q, R는 모두 공집합이 아니다.) [2010 3월]

① $P \subset Q^C$　② $P \subset R$　③ $P \subset (R \cap Q^C)$
④ $R \subset P^C$　⑤ $Q^C \subset R$

MEMO

4. 두 실수 a, b에 대하여 세 조건 p, q, r는

$$p:\ |a|+|b|=0$$
$$q:\ a^2-2ab+b^2=0$$
$$r:\ |a+b|=|a-b|$$

이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [2013 9월]

[보 기]

ㄱ. p는 q이기 위한 충분조건이다.
ㄴ. $\sim p$는 $\sim r$이기 위한 필요조건이다.
ㄷ. q이고 r는 p이기 위한 필요충분조건이다.

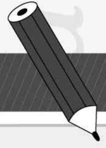
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [2009 9월]

[보 기]

ㄱ. 실수 a, b에 대하여 $|a+b| \geq |a|-|b|$
ㄴ. $a \geq b \geq 0$이면 $\sqrt{a-b} \geq \sqrt{a}-\sqrt{b}$
ㄷ. a, b, c가 양수이면 $\dfrac{b+c}{a}+\dfrac{c+a}{b}+\dfrac{a+b}{c} \geq 6$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



MEMO

6. 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 위를 움직이는 점 $P(a,b)$에 대하여 $\frac{a}{3}+\frac{b}{2}=k$를 만족하는 실수 k의 최댓값은?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{13}}{3}$ ④ $\frac{2\sqrt{13}}{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

MEMO



읽기자료

" 씨름도의 비밀 "

서민들의 생활 모습을 익살스럽게 그린 조선시대 대표작가 김홍도의 풍속화들.
그 중 뛰어난 화면 구도와 구성력이 돋보이는 <씨름> 에 숨겨진 구도의 비밀!
중앙에 두 사람을 기준으로 그림을 분할하고
각 부분에 자리하고 있는 사람의 수를 세어보면 두 대각선의 합이 같다.



마방진이란?
자연수를 정사각형 모양으로 나열하여
가로, 세로, 대각선으로 배열된 각각의 수의 합이 전부 같아지게 만든것

마방진까지 응용한 구도로 그림의 균형과 조화를 추구한 김홍도.
그는 한국 미술역사상 가장 위대한 풍속 화가로 평가받고 있다.

- EBS 배움너머 '씨름도의 비밀' 中



MEMO

기쎈 구명석의 수학2 끝장내기

ESSENTIAL CONCEPTS

Ⅱ. 함수



MEMO



5. 함수

단단한 기본기

1. 함수의 정의
두 집합 X, Y에 대하여 X의 각 원소에 Y의 원소가 하나씩만 대응하는 관계

ex 1 **두 집합 $X=\{-1,\ 0,\ 1\}$, $Y=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 다음 중 X에서 Y로의 함수가 아닌 것은?**

① $f(x)=x+2$　② $f(x)=x^2+1$　③ $f(x)=|x|$

④ $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \le 0) \\ x-1 & (x>0) \end{cases}$　⑤ $f(x)=\sqrt{x}$

ex 2 **자연수 전체의 집합을 N, 정수 전체의 집합을 Z라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여 함수 $f:N \to Z$는 $f(2n-1)=(-1)^n$, $f(2n)=2f(n)$을 만족시킨다. $f(14)+f(20)$의 값은?** [2013 3월]

① -4　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 4

MEMO

2. 서로 같은 함수 : 두 함수 $f: X \to Y$, $g: Z \to W$에서

1) $X = Z$, $Y = W$
2) 정의역의 모든 x에 대하여 $f(x) = g(x)$

ex 3 **정의역이 $X = \{-1,\ 1,\ a\}$인 두 함수 f, g가**

$$f(x) = x^3 + 3,\ \ g(x) = 3x^2 + bx$$

이다. $f(x) = g(x)$가 성립할 때, 두 상수 a, b의 값을 각각 구하면?

(단, $a \neq -1$, $a \neq 1$) [올림포스]



MEMO

3. 여러 가지 함수

1) 함수 $f: X \to Y$에서 정의역 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$일 때, 함수 f를 **일대일함수**라고 한다.
2) 일대일함수이고 치역과 공역이 같을 때 **일대일대응**이라고 한다.
3) 함수 $f: X \to Y$에서 정의역 X의 임의의 원소 x에 대하여 $f(x) = x$인 함수를 **항등함수**라고 한다.
4) 함수 $f: X \to Y$에서 정의역 X의 모든 원소 x에 대하여 공역 Y의 단 하나의 원소가 대응하는 함수를 **상수함수**라고 한다.



기쎈 Tip **“ 함수의 탑을 쌓아볼까? ”**

MEMO

ex 4 **두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X \to Y$의 개수를 구하면?**

[올림포스 평가문제집]

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여
$f(x_1)=f(x_2)$이면 $x_1=x_2$이다.
(나) $f(1)f(2)f(3)=12$

ex 5 **두 집합 $X=\{x \mid -1 \le x \le 3\}$, $Y=\{y \mid 2 \le y \le 8\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 $f(x)=ax+b$가 일대일 대응일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하면? (단, $a>0$)**



MEMO

ex 6 **집합 $X=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 함수 f가 $f:X \to X$일 때, 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는?** [올림포스]

> (가) $\{f(0)-1\}\{f(2)-4\} \neq 0$
> (나) $x_1 \in X,\ x_2 \in X$에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$이다.
> (다) 함수 f의 치역은 집합 X이다.

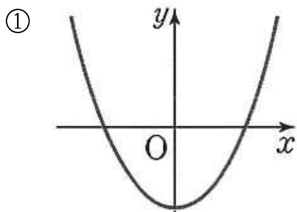
① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

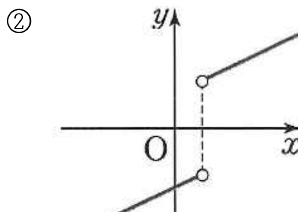
ex 7 **공집합이 아닌 집합 X를 정의역으로 하는 함수 $f(x)=x^3-3x^2+3$가 항등함수가 되도록 하는 집합 X의 개수를 구하면?**

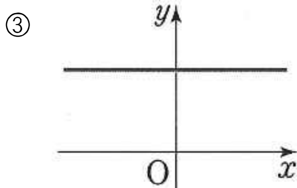
MEMO

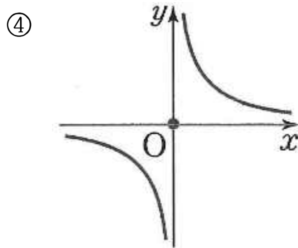
말랑말랑한 센스

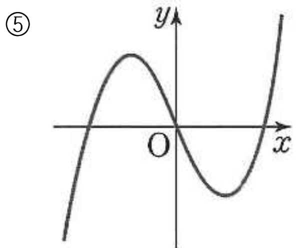
1. **다음 중 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 될 수 없는 것은?** [올림포스 평가문제집]

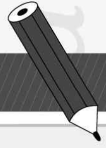
①


②


③


④


⑤




MEMO

2. 집합 $A=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족하는 함수 f의 개수를 구하면? [2011 3월]

> (가) 함수 f는 A에서 A로의 함수이다.
> (나) A의 모든 원소 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.



기쎈 Tip " 시험에 나오는 다양한 함수들 총정리^^ "

3. 임의의 두 실수 $x,\ y$에 대하여 함수 f가

$$f(x+y)=f(x)+f(y)-2xy,\ \ f(-x)=-f(x)$$

를 만족시키고 $f(1)=2$일 때, $f(2)+f(-3)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

MEMO

4. 집합 $X=\{x|x \geq a\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 $f(x)=x^2-4x$가 일대일대응이 되도록 하는 실수 a의 값을 구하시오. [올림포스 평가문제집]

5. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} -(a-2)x+2 & (x \geq 2) \\ ax+b & (x<2) \end{cases}$$

가 일대일 대응이 되도록 하는 정수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라.



MEMO



읽기자료

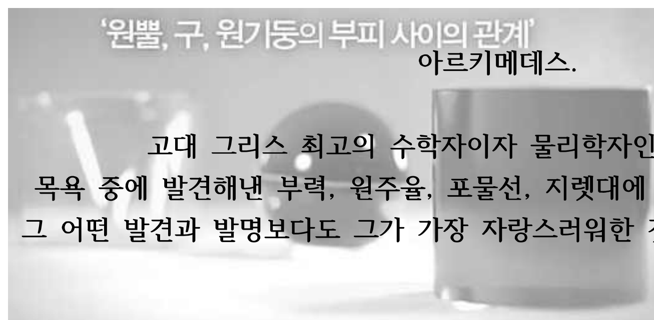
“ 아르키메데스의 묘비 ”

길바닥 위에 무언가를 그리고 생각에 잠겨있던 한 노인.
그 때
그 그림을 밟고 지나가던 로마군 병사.

“내 원을 밟지 마시오! 비키시오. 내 도형이 망가진다니깐!!”

그러자 화가 난 병사는 그를 단칼에 베어버린다.

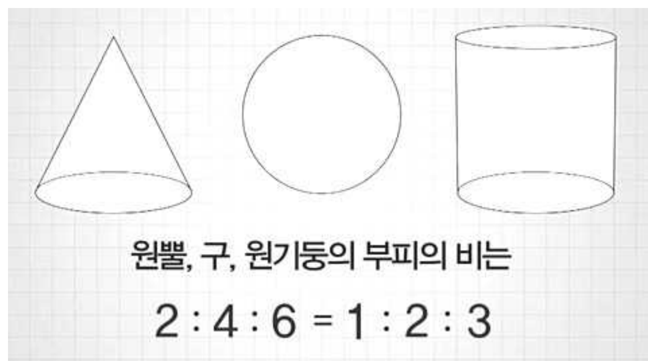
뒤늦게 이 사실을 알게 된 로마군 지휘관 마르켈루스
“네가 죽여버린 그 노인이 누구인지 아느냐?
비록 적이었지만 내가 존경했던 아르키메데스다.“



아르키메데스.

고대 그리스 최고의 수학자이자 물리학자인 아르키메데스는
목욕 중에 발견해낸 부력, 원주율, 포물선, 지렛대에 등에 관한 연구를 해왔다.
그 어떤 발견과 발명보다도 그가 가장 자랑스러워한 것은 도형에 대한 연구이다.

“이보다 아름다운 것은 없다. 내가 죽으면 이 발견을 내 묘비에 새겨주게”



- EBS 배움너머 ‘아르키메데스의 묘비’ 中



6. 합성함수와 역함수

MEMO

단단한 기본기

1. 합성함수

두 함수 $f: X \to Y,\ g: Y \to Z$의 합성함수 $g \circ f$는 $g \circ f\ :\ X \to Z$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$



기쎈 Tip " 합성함수는 고속도로!! "

ex 1 **두 함수 $f(x) = 2x + 3,\ g(x) = x + a$에 대하여 $(f \circ g)(2) = 9$일 때, 상수 a의 값은?** [올림포스]

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5



MEMO

2. 합성함수의 성질

합성이 가능한 세 함수 f, g, h에 대하여
1) $g \circ f \neq f \circ g$이다.
2) $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$

ex 2 **함수 $f(x)=3x-4$이다. 함수 $g(x)$는 모든 함수 $h(x)$에 대하여**

$$(h \circ g \circ f)(x)=h(x)$$

를 만족시킨다. $g(2)$의 값은?(단, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$는 실수 전체의 집합 R에서 R로의 함수이다.

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

ex 3 **세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 $f(x)=ax+12$ $(g \circ h)(x)=x^2-3x-5$이고 $((f \circ g) \circ h)(-2)=27$일 때, 상수 a의 값은?**

[올림포스]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

MEMO

ex 4 **두 함수 $f(x)=2x+1$, $g(x)=4x-5$에 대하여 $(f \circ h)(x)=g(x)$를 만족시키는 함수 $h(x)$에 대하여 $h(5)$의 값은?**

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. 역함수

함수 $f: X \rightarrow Y$가 일대일 대응일 때 $y=f(x) \Leftrightarrow x=f^{-1}(y)$



기쎈 Tip " **입장 바꿔 생각해 보는 착한 역함수^^** "



MEMO

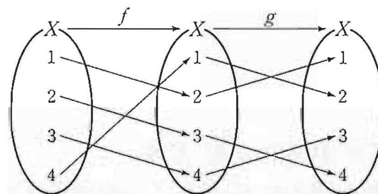
4. **역함수의 성질**

1) $(f^{-1})^{-1}=f$
2) $(f\circ g)^{-1}=g^{-1}\circ f^{-1}$
3) $f^{-1}\circ f=f\circ f^{-1}=I$ (I는 항등함수)
4) $y=f(x)$의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭

ex 5 **함수 $f(x)=ax+b$에 대하여 $f(2)=10$, $f^{-1}(4)=-1$일 때, $f(ab)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)** [올림포스]

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

ex 6 **집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 X에서 X로의 두 함수 f와 g가 그림과 같을 때, $(f\circ g^{-1})(1)+(g\circ f)^{-1}(4)$의 값은?** [2011 11월]



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

MEMO

ex 7 두 함수 $f(x)=-x+4$, $g(x)=4x+5$에 대하여

$$(g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(k)=3$$

를 만족시키는 상수 k의 값은?

① -5　② -4　③ -3　④ -2　⑤ -1

ex 8 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x)=5x+20,\ g(x)=\begin{cases} 2x & (x<25) \\ x+25 & (x \geq 25) \end{cases}$$

에 대하여 $f(g^{-1}(40))+f^{-1}(g(40))$의 값을 구하시오.

(단, f^{-1}, g^{-1}는 각각 f,g의 역함수이다.) [2007 3월]

ex 9 함수 $f(x)=x^2-4x+6\,(x \geq 2)$의 역함수를 $f^{-1}(x)$라고 할 때, 두 함수 $y=f(x)$, $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 두 교점 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$　② $3\sqrt{2}$　③ 2　④ $\sqrt{5}$　⑤ $3\sqrt{5}$



MEMO

5. 역함수 구하는 방법

1) $y=f(x)$를 x에 대하여 정리한다.
2) x와 y를 바꾸어 써 준다.
3) $y=f(x)$의 치역을 $y=f^{-1}(x)$의 정의역으로 한다.

ex 10 **실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수**

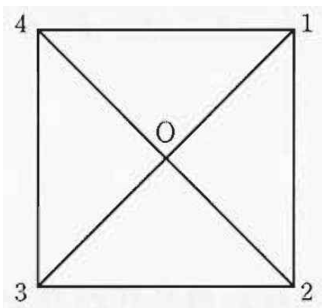
$$f(x)=2x-5,\ g(x)=-x+3$$

에 대하여 $(g^{-1}\circ f^{-1})(x)=ax+b$**일 때, 두 상수** a, b**의 곱** ab**의 값을 구하시오.** [올림포스]

MEMO

말랑말랑한 센스

1. 아래 그림과 같이 정사각형의 네 꼭짓점을 각각 1, 2, 3, 4라 하고, 두 대각선의 교점을 O라 하자.



이 정사각형을 점 O를 중심으로 하여 시계 방향으로 90° 회전시키면 1은 2의 위치로, 2는 3의 위치로, 3은 4의 위치로, 4는 1의 위치로 이동한다. 이러한 꼭짓점 사이의 이동을 함수 f_1로 나타내면,

$$f_1(1)=2,\ f_1(2)=3,\ f_1(3)=4,\ f_1(4)=1$$

이다. 이와 같은 방법으로 이 정사각형을 점 O를 중심으로 하여 시계 방향으로 90°, 180°, 270°, 360° 회전시켰을 때, 꼭짓점 사이의 이동을 나타내는 함수를 각각 f_1, f_2, f_3, f_4라 하자. [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, f^{-1}은 f의 역함수이다.) [2004 평가원]

[보 기]

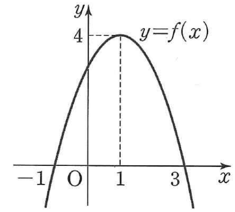
ㄱ. $f_2 \circ f_3 = f_4$　　ㄴ. $f_1^{-1} = f_3$　　ㄷ. $f_1 \circ f_3 = f_3 \circ f_1$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

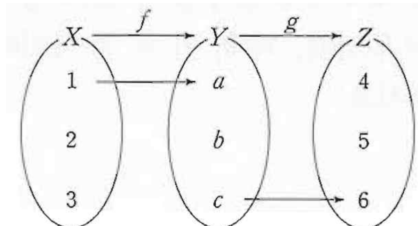


MEMO

2. **그림은 이차함수 $y=f(x)$의 그래프이다.**
방정식 $(f\circ f)(x)=3$의 모든 실근의 합을 구하시오.
[올림포스 평가문제집]



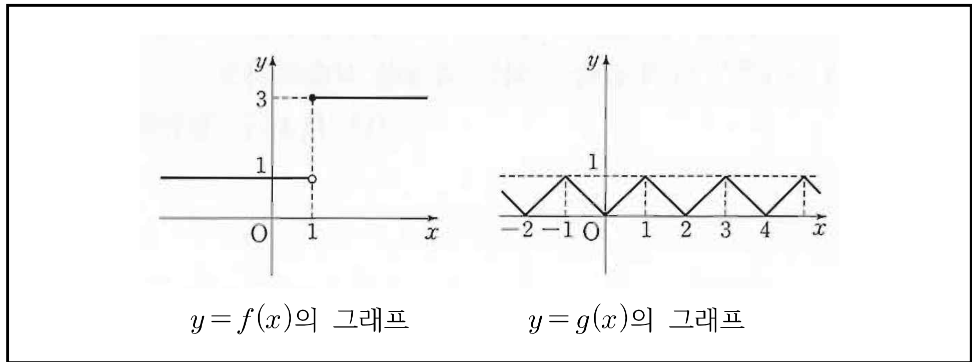
3. **집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$, $Y=\{a,\ b,\ c\}$, $Z=\{4,\ 5,\ 6\}$에 대하여, 일대일 대응인 두 함수 $f:X\rightarrow Y$와 함수 $g:Y\rightarrow Z$가 $f(1)=a$, $g(c)=6$, $(g\circ f)(2)=4$를 만족시킬 때, $f(3)$은?** [2000 평가원]



① a ② b ③ c ④ b, c 모두 가능하다. ⑤ a, b, c 모두 가능하다.

MEMO

4. **두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 각각 아래 그림과 같다.**



$y=f(x)$의 그래프 $y=g(x)$의 그래프

다음 중 $y=(g \circ f)(x)$의 그래프의 개형은? [2001 평가원]

①

②

③

④

⑤



MEMO

5. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=4,\ f(2)=2$
(나) $f^3(1)=1,\ f^3(3)=3,\ f^3(4)=4$

$f^{2015}(3)+f^{2016}(2)$의 값은?

(단, $f^1=f$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $f^{n+1}=f\circ f^n$이다.)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

6. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$가 다음과 같다.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{3}{2}x-1 & (x\le 2) \\ x^2-3x+k & (x>2) \end{cases}$$

함수 $f(x)$가 일대일대응일 때, $k+f^{-1}(4)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

[올림포스 평가문제집]

① 1　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

MEMO



읽기자료

" 알파벳 속의 아름다움 "

A M T U V W Y

퀴즈 1. 이 알파벳들의 공통점은?

B C D E K

퀴즈 2. 이 알파벳들의 공통점은?

N S Z

퀴즈 3. 이 알파벳들의 공통점은?

선대칭도형 : 한 도형을 어떤 직선으로 접었을 때 완전히 겹치는 도형
점대칭도형 : 한 도형을 한 점을 중심으로 180° 돌렸을 때
처음 도형과 완전히 겹치는 도형

- EBS 배움너머 '아름다운 대칭' 中



MEMO



7. 유리함수

단단한 기본기

1. 유리식

1) 유리식 : 두 다항식 $A, B\,(B \neq 0)$에 대하여 $\dfrac{A}{B}$꼴로 나타내어지는 식

2) 유리식의 사칙역산

① $\dfrac{A}{B} \pm \dfrac{C}{D} = \dfrac{AD \pm BC}{BD}$

② $\dfrac{A}{B} \times \dfrac{C}{D} = \dfrac{AC}{BD}$

③ $\dfrac{A}{B} \div \dfrac{C}{D} = \dfrac{A}{B} \times \dfrac{D}{C} = \dfrac{AD}{BC}$

ex 1 **분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여**

$$\frac{x+4}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$$

가 항상 성립하도록 하는 상수 a, b, c의 곱 abc의 값을 구하여라.



기쎈 Tip " 인수분해와 곱셈공식 끝장내기^^ "

MEMO

ex 2 $\dfrac{a^2-6a}{a^2+a-2}\times\dfrac{a^2+5a+6}{a+1}\div\dfrac{a^2-3a-18}{a-1}$ 을 간단히 하면?

① $\dfrac{1}{a+3}$　② $\dfrac{1}{a+2}$　③ $\dfrac{1}{a-3}$
④ $\dfrac{a}{a+2}$　⑤ $\dfrac{a}{a+1}$

ex 3 $x(x-1)\neq 0$인 모든 실수 x에 대하여 등식

$$1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-x}}=\dfrac{a}{x+b}$$

가 성립하도록 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [2014 9월]

① 0　② 1　③ 2
④ 3　⑤ 4



기쎈 Tip “ 복잡한 분수식도 끝장내자^^ ”



MEMO

ex 4

2 이상의 자연수 n에 대하여 $f(n)=\dfrac{2}{n^2-1}$라고 할 때, $f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(10)$의 값을 $\dfrac{q}{p}$라고 하자. 서로소인 두 자연수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오. [올림포스 평가문제집]

MEMO

2. 유리함수 $y=\frac{k}{x-p}+q\ (k\neq 0)$의 그래프

1) $y=\frac{k}{x}$의 그래프를 x축 방향으로 p, y축 방향으로 q만큼 평행이동
2) 정의역은 $\{x|x\neq p$인 실수$\}$, 치역은 $\{y|y\neq q$인 실수$\}$이다.
3) 점 (p,q)에 관한 대칭이다.
4) 점근선은 $x=p$, $y=q$이다.

ex 5 **다음 <보기>의 함수의 그래프 중 $y=\frac{2}{x}$의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동 하여 겹쳐질 수 있는 것만을 있는 대로 고른 것은?**

<보 기>

ㄱ. $y=-\frac{4}{x}$　　ㄴ. $y=\frac{-2x+4}{x-1}$　　ㄷ. $y=\frac{4x+6}{-x-1}$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



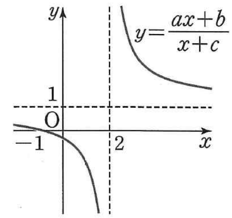
기쎈 Tip " 평행이동과 대칭이동에 관한 모든 것^^ "



MEMO

ex 6

유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 세 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하면? (단, 점선은 점근선이다.)



ex 7

유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1,\ 3)$를 지나고 두 직선 $x=-2$, $y=1$을 점근선으로 할 때, 세 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

ex 8

$1\le x\le 3$일 때, 함수 $y=\dfrac{4x-3}{2x-1}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 하자. $M+m$의 값은?

① $\dfrac{9}{5}$ ② 2 ③ $\dfrac{12}{5}$
④ $\dfrac{14}{5}$ ⑤ 3

MEMO

말랑말랑한 센스

1. 희망고등학교와 사랑고등학교의 남녀 학생 수를 조사하였다. 희망고등학교의 남녀 학생 수의 비는 $6:5$이고 사랑고등학교의 남녀 학생 수의 비는 $2:3$이다. 두 고등학교의 전체 남학생 수와 전체 여학생 수의 비가 $4:5$일 때, 희망고등학교와 사랑고등학교의 전체 학생 수의 비는? [2012 6월]

① $11:25$　② $11:26$　③ $2:5$
④ $3:5$　⑤ $2:3$

2. 함수 $g(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$ 에 대하여
$(g\circ f)(x)=(f\circ g)(x)=x$를 만족시키는 함수 $f(x)$에 대하여
$(f\circ f)(4)$의 값을 구하시오. [올림포스]



MEMO

3. 함수 $y=\dfrac{2x-3}{x-4}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점을 A, 이 두 점근선과 직선 $y=mx-m+3$의 교점을 각각 B, C라고 하자. 삼각형 ABC의 넓이 S의 최솟값을 구하시오. (단, m은 양의 상수이다.)

[올림포스 평가문제집]

4. 함수 $g(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$ 에 대하여 $(g\circ f)(x)=(f\circ g)(x)=x$를 만족시키는 함수 $f(x)$에 대하여 $(f\circ f)(4)$의 값을 구하시오. [올림포스]



기쎈 Tip " 유리함수의 역함수는?? "

MEMO



읽기자료



정훈 선배가 알려주는 건강관리의 중요성

안녕하세요. 선생님의 제자이자 여러분들의 큰 형인 신정훈입니다.
열심히 공부하고 있을 우리 동생들에게
해줄 수 있는 좋은 이야기가 없을까 싶어, 고민고민하다가
요새 제가 푹 빠져있는 달리기에 대해 이야기하려합니다.
대학교를 졸업하고 회사에 입사한지도 이제 3년이 다되어가네요.
그 동안 잦은 야근으로 건강이 나빠질대로 나빠져 있었던 것이 사실입니다.
이대로는 안될 것 같아 시작한 달리기였는데
이제는 생활의 일부분이 되어버렸네요.
처음엔 많이 어색했지만 운동을 좋아하는 사람들과 함께 즐기면서 달리다 보니
매번 그 사람들한테서 긍정의 에너지를 얻고
내 몸에서 샘솟는 엔도르핀으로 인해 내 몸이 살아있음을 느낍니다.

학교입시 및 대학수능을 바라보는 학생분들도
저와 비슷한 상황이라고 생각됩니다.
늦은시간까지 책상 앞에 앉아 졸음과 싸워가며 각종 문제집을 풀고
스트레스를 받고하다보면 몸과 마음이 금방 지치기 마련이죠.
이럴 때 일수록 짬나는 쉬는 시간이나 주말에
운동을 해보는 것이 어떨까 추천해드리고 싶네요.
오히려 더 피곤해지는건 아닌지 의구심이 들지만
막상 해보면 내 몸이 좀더 가벼워지는걸 느낄 수 있을겁니다.
내 몸을 REFRESH 시킨다면 활력이 생기고,
나아가 뭐든지 할 수 있다는 자신감까지 생길 수 있으니까요.

입시라는 마라톤을 준비하고 계신 수험생 및 학생여러분.
여러분들의 건강은 안녕하십니까.
처음부터 오버페이스로 인해 현재 많이 지친 기색은 없는지요.
건강을 잃으면 모든 것을 잃는다는 말처럼.
틈틈히 시간내서 운동하러 나가봅시다.
건강도 챙기고 자신감도 생기고!
우리 모두 엔돌핀을 터뜨리러 출발합니다! 파이팅!!



MEMO



기쎈 구명석의 수학2 끝장내기

8. 무리함수

단단한 기본기

1. 무리식

근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식

2. 무리식의 연산

1) $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

2) $a>0, b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

3) $\dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$

ex 1 $x=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ **일 때,** $\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ **의 값은?** [올림포스평가문제집]

① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $1+\sqrt{3}$
④ $2+\sqrt{3}$ ⑤ $3+\sqrt{3}$

MEMO

ex 2 $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$, $y=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $2x^2+xy-y^2=p+q\sqrt{2}$ 이다. 이 때, $p-q$의 값은?

① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

무리식의 값이 실수가 되려면 (근호안의 식의 값)≥ 0

ex 3 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 하는 정수 x값들의 합을 구하시오.

$$\frac{\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{2x-5}}{\sqrt{6-x}}$$



MEMO

3. 무리함수

함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 x에 대한 무리식일 때, 이 함수를 무리함수라고 한다.

4. 무리함수 $y=\sqrt{a(x-p)}+q\ (a\neq 0)$의 그래프

1) 함수 $y=\sqrt{ax}$의 그래프를 x축 방향으로 p만큼, y축 방향으로 q만큼 평행이동

2) $a>0$일 때, 정의역은 $\{x|x\geq p\}$, 치역은 $\{y|y\geq q\}$이다.
$a<0$일 때, 정의역은 $\{x|x\leq p\}$, 치역은 $\{y|y\geq q\}$이다.



기쎈 Tip " **무리함수는 시작과 방향이 중요하다^^** "

ex 4 **무리함수 $y=\sqrt{4-2x}+3$의 정의역이 $\{x|x\leq a\}$이고 치역이 $\{y|y\geq b\}$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?**

[올림포스 평가문제집]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

MEMO

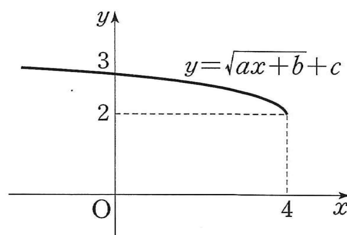
ex 5 **정의역이 $\{x|x \geq 3\}$인 함수 $y=x^2-6x+11$의 역함수가 $y=\sqrt{x-a}+3\,(x \geq b)$일 때, 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은?** [올림포스 평가문제집]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10



기쎈 Tip **" 이차함수와 무리함수는 역함수?? "**

ex 6 **함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 그림과 같을 때, 세 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?** [올림포스]



① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$



MEMO

ex 7 **$-2 \le x \le 2$에서 함수 $y=4-\sqrt{5-2x}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 할 때, $M+m$의 값은?** [올림포스 평가문제집]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

ex 8 **함수 $y=\sqrt{x-2}$의 그래프와 직선 $y=x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $a \le k < b$일 때, 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은?** [올림포스 평가문제집]

① $-\frac{7}{2}$　② $-\frac{3}{4}$　③ 1　④ $\frac{5}{4}$　⑤ $\frac{7}{2}$



기쎈 Tip **" 그래프는 신이 준 선물^^ "**

말랑말랑한 센스

MEMO

1. **꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{9}{2}\right)$인 이차함수**

$f(x)=ax^2+bx+c$**의 그래프가 점** $(0,\ 4)$**를 지날 때,**
무리함수$g(x)=a\sqrt{x+b}+c$**에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?** [2011 11월]

<보 기>

ㄱ. 정의역은 $\{x\,|\,x\geq -2\}$이고 치역은 $\{y\,|\,y\leq 4\}$이다.
ㄴ. 함수 $y=g(x)$의 그래프는 제3사분면을 지난다.
ㄷ. 방정식 $f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta\ (\alpha<\beta)$라 할 때,$\alpha\leq x\leq\beta$에서 함수 $g(x)$의 최댓값은 2이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. **두 집합**

$A=\{(x,\ y)|y=\sqrt{x+1}-1\}$, $B=\{(x,\ y)|y=k(x+2)\}$**에 대하여** $A\cap B=\varnothing$**일 때, 실수** k**의 값의 범위는** $k<a$ **또는** $k>b$**이다.** $a+b$**의 값은?** [올림포스]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{-2+\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{-3+\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{-4+\sqrt{2}}{2}$



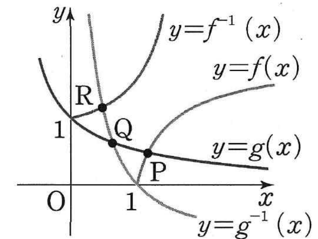
MEMO

3. $x \geq 2$에서 정의된 두 함수

$f(x) = \sqrt{x-2}+2,\ g(x) = x^2-4x+6$의 그래프가
서로 다른 두 점에서 만난다. 두 점 사이의 거리는? [2011 11월]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

4. 그림은 좌표평면에서 두 함수



$f(x) = \sqrt{x-1},\ g(x) = \dfrac{1}{x+1}$의 그래프와
그 역함수 $y=f^{-1}(x),\ y=g^{-1}(x)$의 그래프를
나타낸 것이다.
두 곡선 $y=f(x),\ y=g(x)$의 교점을
$\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$, 두 곡선 $y=g(x),\ y=g^{-1}(x)$의 교점을 $\mathrm{Q}(x_2,\ y_2)$,
두 곡선 $y=f^{-1}(x),\ y=g^{-1}(x)$의 교점을 $\mathrm{R}(x_3,\ y_3)$이라고 할 때, 옳은
것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [올림포스 평가문제집]

<보 기>

ㄱ. $\dfrac{1}{2} < y_2 < 1$ ㄴ. $x_1y_1 = x_3y_3$ ㄷ. $y_3(y_2-1) < x_2(x_3-1)$

① ㄱ ② ㄱ,ㄴ ③ ㄱ.ㄷ
④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ



기쎈 Tip " 기울기를 잊지 마세요^^ "

MEMO



기쎈 Tip " 절댓값 기호가 있는 그래프 쉽게 그리는 방법^^ "



MEMO



읽기자료

“ 숨은암호 6812 ”

레오나르도 다빈치의 <최후의 만찬> 에 숨은 암호



예수를 중심으로 배치된 12명의 제자

6
가장 작은 완전수

예수의 제자 중 많은 사랑을 받았다고 전해지는 사도요한
그는 여섯 번째 자리에 그려졌다.
6의 약수는 1,2,3,6
자신을 제외한 약수의 합이 자기 자신이 되는 수, 완전수

8
대표적인 부족수

예수의 제자 중 그의 부활을 믿지 않았떤 의심 많은 제자, 도마
그는 여덟 번째 자리에 그려졌다.
8의 약수는 1,2,4,8
자신을 제외한 약수의 합이 자기 자신보다 작은 수, 부족수

12
대표적인 과잉수

예수의 제자는 왜 12명일까
12의 약수는 1,2,3,4,6,12
자신을 제외한 약수의 합이 자기 자신보다 큰 수, 과잉수

- EBS 배움너머 ‘약수의 비밀’ 中

기쎈 구명석의 수학2 끝장내기

ESSENTIAL CONCEPTS

Ⅲ. 수열



MEMO



9. 등차수열과 등비수열

단단한 기본기

1. 등차수열의 일반항과 등차중항

1) 등차수열의 일반항 : $a_n = a + (n-1)d \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$

2) 세 수 a, x, b가 순서대로 등차수열이면 $x = \dfrac{a+b}{2}$ (x는 **등차중항**)



기쎈 Tip " 등차수열 일반항의 비밀^^ "

ex 1 **등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 3$, $a_5 = a_3 + 4$일 때, $a_n > 100$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은?** [2013 4월]

① 46 ② 47 ③ 48 ④ 49 ⑤ 50

MEMO

ex 2 -10과 10사이의 n개의 수를 넣어 -10, a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_n, 10이 공차 $\frac{1}{2}$인 등차수열이 되도록 하였다. 자연수 n의 값은? [올림포스]

① 38 ② 39 ③ 40 ④ 41 ⑤ 42

ex 3 삼차방정식 $x^3-9x^2+kx+48=0$의 세 실근이 작은 수부터 그 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k의 값은? [올림포스]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



기쎈 Tip " 근과 계수와의 관계를 복습해 볼까? "



MEMO

2. 등차수열의 합 : $S_n = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

ex 4 **첫째항이 -5 이고 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=11}^{20} a_k$ 의 값은?** [2012 평가원]

① 260 ② 255 ③ 250 ④ 245 ⑤ 240

ex 5 **등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=145$, $a_{11}+a_{12}+a_{13}+\cdots+a_{20}=445$를 만족시킬 때, $a_{21}+a_{22}+\cdots+a_{30}$의 값은?** [올림포스]

① 730 ② 735 ③ 740 ④ 745 ⑤ 750

MEMO

ex 6 **첫째항이 6이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째 항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\dfrac{a_8 - a_6}{S_8 - S_6} = 2$ 가 성립한다. d의 값은?**

[2014 평가원]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5



MEMO

3. 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라고 하면

$$a_1 = S_1,\ a_n = S_n - S_{n-1}\ (n = 2, 3, 4, \cdots)$$



기쎈 Tip " S_n에 관한 문제 빨리 푸는 비법 "

ex 7 **수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 - 10n$일 때, $a_n < 0$을 만족시키는 자연수 n의 개수는?** [2013 6월]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

ex 8 **수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라고 할 때, $S_n = n^2 + kn + 2$이다. $a_8 = 22$일 때, $a_1 + k$의 값은? (단, k는 상수)**

[올림포스 평가문제집]

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

MEMO

ex 9 **수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k = \log\frac{(n+1)(n+2)}{2}$를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} a_{2k} = p$라 할 때, 10^p의 값을 구하면?** [2011 평가원]



기쎈 Tip **" 미리보는 로그의 기본성질 "**



MEMO

4. 등비수열의 일반항과 등비중항

1) 등비수열의 일반항 : $a_1 = a,\ a_n = ar^{n-1}$

2) 세 수 a, x, b가 순서대로 등비수열이면 $x^2 = ab$ (x는 **등비중항**)

ex 10 **공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 4,\ 3a_5 = a_7$일 때, a_3의 값을 구하시오.** [2015 9월]

ex 11 **두 양수 a, b에 대하여 세 수 $a+3$, 3, b는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $\frac{2}{b}$, 1, $\frac{2}{a+3}$는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이때, $b-a$의 값은?** [2012 4월]

① $-5-2\sqrt{5}$ ② $-3-2\sqrt{5}$ ③ $-1-2\sqrt{5}$ ④ $1-2\sqrt{5}$ ⑤ $3-2\sqrt{5}$

MEMO

5. 등비수열의 합

1) $r \neq 1 : S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r-1} = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

2) $r = 1 : S_n = na$



기쎈 Tip " 등비수열의 합을 살펴볼까? "

ex 12 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n 에 대하여 $\dfrac{S_4}{S_2} = 9$ 일 때, $\dfrac{a_4}{a_2}$ 의 값은? [2011 9월]

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

ex 13 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = 3^{n+1} + k$일 때, 수열 $\{a_n\}$이 첫째항부터 등비수열을 이루도록 하는 상수 k의 값은? [올림포스]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6



MEMO

6. 원리합계

1) 원금 a원을 연이율 r, 1년마다의 복리로 예금할 때, n년 후의 원리합계

$S=a(1+r)^n$

2) 매년 초에 a원씩 연이율 r, 1년마다의 복리로 n년 동안 적립할 때,

$$S_n=\frac{a(1+r)\{(1+r)^n-1\}}{r}$$

ex 14 **어느 도시의 쌀 소비량은 매년 일정한 비율로 감소하여 10 년 후에는 5 만 4천 톤, 15년 후에는 3만 6천 톤이 소비될 것으로 예상된다고 한다. 이때 이 도시의 20년 후의 쌀 소비량은 얼마가 될 것으로 생각할 수 있는가?**

① 1만 8천 톤 ② 2만 톤 ③ 2만 4천 톤 ④ 2만 8천 톤 ⑤ 3만 톤

ex 15 **올해부터 매년 초에 30만원씩 1년마다 복리로 10년간 적립할 때, 10년 후 적립금의 원리합계는? (단, 연이율 6%, $1.06^{10}=1.791$로 계산하고, 천원 단위에서 반올림한다.)** [올림포스 평가문제집]

① 401만원 ② 406만원 ③ 411만원
④ 415만원 ⑤ 419만원



기쎈 Tip " 시간에 대한 보상 = 이자 "

MEMO



MEMO

말랑말랑한 센스

1. 공차가 d_1, d_2인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하자.

$$S_n T_n = n^2(n^2-1)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [2009 평가원]

<보 기>

ㄱ. $a_n = n$이면 $b_n = 4n-4$이다.

ㄴ. $d_1 d_2 = 4$

ㄷ. $a_1 \neq 0$이면 $a_n = n$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 = 6$, $a_{10} = -12$일 때,
$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}|$의 값은? [2004 평가원]

① 280 ② 284 ③ 288 ④ 292 ⑤ 296

MEMO

3. **등비수열** $\{a_n\}$**에 대하여** $a_2=6,\ a_5=162$ **일 때,**
$\sum_{k=1}^{n} a_k \geq 1000$ **을 만족시키는** n**의 최솟값은?** [2009 평가원]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. **수열** $\{a_n\}$**은 첫째항이** 2**, 공비가** $-\frac{1}{2}$**인 등비수열이다. 모든 자연수** n**에 대하여 좌표평면 위의 점** P_n **의 좌표를** $(n,\ a_n)$**, 점** Q_n**의 좌표를** $(n,\ 0)$**이라 하자. 삼각형** $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{Q}_{n+1}$**의 넓이를** A_n**이라 할 때,** $\sum_{n=1}^{20} A_n$**의 값은?**
[2012 4월]

① $2-\left(\frac{1}{2}\right)^{19}$ ② $2-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ ③ $2+\left(\frac{1}{2}\right)^{21}$ ④ $2+\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ ⑤ $2+\left(\frac{1}{2}\right)^{19}$



MEMO



읽기자료

“ 거꾸로 보는 세상 ”

앨리스는 나무 위에서 미소만 남기고 사라진 고양이를 보며 말합니다.

" Was it a cat I saw "
이 문장을 거꾸로 나열하면?

팰린드롬(Palindrome)
거꾸로 읽어도 같은 뜻이 되는 문자

다시 합창 합시다.
소주 만병만 주소
여보 안경 안보여
아 좋다 좋다

신기하지요?

이번엔 시선을 바꾸어 사물을 바라봅시다.



긴 수염의 점잖은 사내가 있습니다.
거꾸로 보면 무엇이 보이시나요?

- ebs 지식채널e ‘180°의 진실’ 中에서



10. 수열의 합

MEMO

단단한 기본기

1. $\sum$ 기호의 정의와 성질

1) $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$

2) $\sum_{k=1}^{n} ca_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$ (단, c는 k와 관계없는 상수)

3) $\sum_{k=1}^{n} (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \pm \sum_{k=1}^{n} b_k$ (단, 복호동순)

4) $\sum_{k=1}^{n} c = nc$ (단, c는 상수)



기쎈 Tip “ 유형별로 정리하는 $\sum$ ”



MEMO

ex 1 **이차방정식 $x^2-2x-1=0$의 두 근을 α, β라 할 때,**
$\sum_{k=1}^{10}(k-\alpha)(k-\beta)$의 값은? [2012 6월]

① 255 ② 265 ③ 275 ④ 285 ⑤ 295

ex 2 **$\frac{1}{1^2+1}+\frac{1}{2^2+2}+\frac{1}{3^2+3}+\cdots+\frac{1}{20^2+20}=A$라 할 때,**
$21A$의 값을 구하시오. [올림포스]

MEMO

ex 3 **다음 수열의 첫째항부터 제15항까지의 합을 p라 할 때, $4p$는?**

$1,\ 1+3,\ 1+3+9,\ 1+3+9+27,\ \cdots$

① $3^{15}-29$ ② $3^{15}-30$ ③ $3^{15}-31$ ④ $3^{16}-30$ ⑤ $3^{16}-31$

ex 4 **함수 $f(x)$가 $f(10)=50,\ f(1)=3$을 만족시킬 때,**

$$\sum_{k=1}^{9} f(k+1)-\sum_{k=2}^{10} f(k-1)$$

의 값을 구하시오. [2001 평가원]



기쎈 Tip " $\sum$가 두려울 때는 정의^^ "



MEMO

ex 5 **수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 - n \quad (n \geq 1)$ 일 때,**

$\sum_{k=1}^{10} k a_{4k+1}$ **의 값은?** [2014 6월]

① 2960　② 3000　③ 3040
④ 3080　⑤ 3120

MEMO

말랑말랑한 센스

1. 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} = 3n^2 + n$을 만족시킬 때, a_8의 값은?

[2015 평가원]

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

2. 방정식 $x^3 + 1 = 0$의 한 허근을 ω라 하자. 자연수 n에 대하여 $f(n)$을 ω^n의 실수 부분으로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{999} \left\{ f(k) + \frac{1}{3} \right\}$의 값을 구하시오.

[2004 9월]



기쎈 Tip $x^3 = 1$의 한 허근을 ω라 하면...

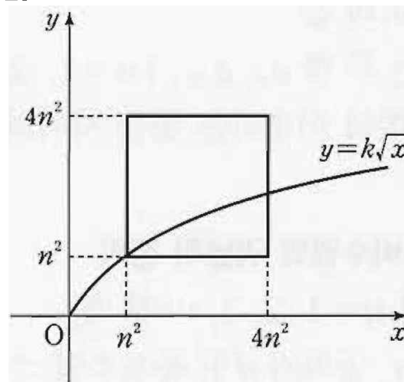


MEMO

3. 첫째항이 2 이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{3}$ 일 때, S_{11} 의 값은? [2012 평가원]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 A_n을 4개의 점$(n^2,\ n^2)$, $(4n^2,\ n^2)$, $(4n^2,\ 4n^2)$, $(n^2,\ 4n^2)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형이라 하자.정사각형 A_n과 함수 $y = k\sqrt{x}$ 의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k의 개수를 a_n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [2007 평가원]



ㄱ. $a_5 = 15$	ㄴ. $a_{n+2} - a_n = 7$	ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 200$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



기쎈 Tip " 선택형 문제는 박스 안에 힌트가 있다!! "

MEMO

5. 다음 수열에서 $\frac{3}{17}$은 제 몇 항인가?

$$\frac{1}{1},\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{1},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{2},\ \frac{3}{1},\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{1},\ \cdots$$

① 제163항　② 제168항　③ 제171항　④ 제174항　⑤ 제179항



기쎈 Tip " 혼자가 아닌 나 군수열^^ "



MEMO



읽기자료



아라 선배가 알려주는 간단한 피부관리법

후배님들 안녕!
뷰티 프리랜스 에디터로 일하고 있는 선생님의 제자, 아라라고해.
특히나 우리 여동생들은 공부하면서 외모에도 관심이 많을거라 생각이 들어서,
조금이나마 언니의 전문분야에서 좋은 이야기를 해주고자
피부관리법을 주제로 잡았어^^

봄, 가을과 같이 미세먼지가 특히 심할 때
우린 어떻게 피부를 지켜야할까?

미세먼지는 호흡기뿐 아니라 피부에도 질환을 일으켜.
미세먼지의 크기는 지름 10㎛ 이하로 모공보다도 작아.
물론 초미세먼지는 이보다도 작은 지름 2.5㎛ 으로 피부 속에 침투해
각종 트러블의 원인이 되지.
공해와 먼지가 심한 날엔 이중 삼중으로 세안을 하는 사람이 많아.
하지만 여러 번 세안할 수록 마음은 미세먼지 공포에서 벗어날지 몰라도
피부는 오히려 민감해질 수 있으니 주의해야 해.

가장 좋은 방법은 스팀 타월로 모공을 연 다음 거품으로 부드럽게 세수 하는 것.
특히 거품이 미세할수록 미세먼지 제거에 더 효과적이란 걸 기억하길.
머리카락은 미세먼지가 가장 잘 달라붙는 부위이므로
집에 돌아오는 즉시 털어내고, 얼굴과 손, 발은 되도록 빨리 씻는 것이 좋아.
이 외에 물을 많이 마시는 습관 역시 피부 방어력을 높이고
몸 속 노폐물이 빨리 배출되도록 도와준다고 하니 기억할 것!!

우리 동생들, 피부건강도 지키고 열심히 공부하기를 바라며. 파이팅^^



11. 수학적 귀납법

MEMO

단단한 기본기

1. **수열의 귀납적 정의**

수열 $\{a_n\}$에서
1) 첫째항 a_1의 값과
2) 이웃하는 두 항 a_n과 a_{n+1} $(n=1,2,3,\cdots)$사이의 관계식으로 수열 $\{a_n\}$을 정의하는 것

2. **등차수열의 귀납적 정의** : $a_{n+1}-a_n=d$ (일정), $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$
3. **등비수열의 귀납적 정의** : $a_{n+1}\div a_n=r$ (일정), ${a_{n+1}}^2=a_na_{n+2}$

ex 1 $a_1=-5,\ a_2=-3,\ a_{n+1}=\dfrac{a_n+a_{n+2}}{2}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$**로 정의된 수열** $\{a_n\}$**에 대하여** $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}a_k$**의 값을 구하시오.** [올림포스]



MEMO

ex 2 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=2$, $a_2=4$, ${a_{n+1}}^2=a_n a_{n+2}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$로 정의될 때, a_{10}의 값을 구하여라.

ex 3 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 값을 구하시오.

[2013 9월]

(가) $a_1=1$	(나) $a_{n+1}=a_n+2^n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$



기쎈 Tip " 살짝 일반항까지 구해 볼까? "

MEMO

ex 4 $a_1 = \frac{1}{19}$, $a_{n+1} = \frac{2n+1}{2n-1}a_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_n = 1$을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오. [올림포스]

ex 5 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n - 1\,(n=1,2,3,\ \cdots)$일 때, $a_n = 1025$를 만족시키는 n의 값은? [2011 11월]

① 9　② 10　③ 11
④ 12　⑤ 13



MEMO

ex 6 **수열** $\{a_n\}$**이** $a_1=1,\ a_2=3,\ a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n$**(단,** n**은 자연수)를 만족시킬 때,** $\sum_{n=1}^{7} a_n$ **의 값을 구하시오.** [2007년 평가원]

ex 7 $a_1=-1,\ a_{n+1}=\dfrac{1}{1-a_n}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$**로 정의된 수열** $\{a_n\}$**에 대하여** a_{100}**의 값을 구하시오.** [올림포스]

MEMO

4. 수학적 귀납법으로 등식이나 부등식 증명하기

1) $n=1$일 때, 성립함을 보인다.
2) $n=k$일 때, 성립한다고 가정 → $n=k+1$일 때에도 성립함을 보인다.
3) 부등식 증명은 실수의 대소 관계를 이용할 것^^

ex 8 **다음은 모든 자연수 n에 대하여**

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1} \quad \cdots\cdots ㉠$$

성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때, (좌변) $=\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{2}$, (우변) $=\frac{1}{2}$이므로
㉠은 성립한다.
(ⅱ) $n=k(k\geq 1)$일 때, ㉠이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{k(k+1)}=\boxed{(가)} \cdots\cdots ㉡$$

㉡의 양변에 $\boxed{(나)}$를 더하면

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{k(k+1)}+\boxed{(나)}$$
$$=\frac{k}{k+1}+\boxed{(나)}=\boxed{(다)}$$

이므로 $n=k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 ㉠은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k), h(k)$이라 할 때, $\frac{f(5)\times h(5)}{g(5)}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르시오.

① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40



MEMO

ex 9 **다음은 모든 자연수 n에 대하여**

$$1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때,(좌변)$=2^{1-1}=1$, (우변)$=2^1-1=1$
따라서 ㉠이 성립한다.
(ii) $n=k$일 때, ㉠이 성립한다고 가정하면
$1+2+2^2+\cdots+2^{k-1}=2^k-1$
위의 식의 양변에 (가) 을 더하면
$1+2+2^2+\cdots+2^{k-1}+$ (가)
$=2^k-1+$ (가)
$=$ (나) 따라서 $n=k+1$일 때도 ㉠이 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $\dfrac{f(10)}{g(9)+1}$의 값은?

① $\frac{2}{5}$ ② 1 ③ 2 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 4

MEMO

ex 10 **다음은 $h>0$이고, n이 2이상의 자연수일 때,**
부등식 $(1+h)^n > 1+nh$가 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=$ (가) 일 때, (좌변)$-$(우변) >0이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(ⅱ) $n=k\ (k\geq 2)$일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면
$(1+h)^k > 1+kh$ 이 식의 양변에 (나) 를 곱하면
$(1+h)^k$(나) $>(1+kh)$(나) 그런데 $kh^2>0$이므로
$(1+kh)(1+h)=1+(k+1)h+kh^2 > 1+($(다)$)h$
따라서 $(1+h)^{k+1} > 1+($(다)$)h$
이므로 주어진 부등식은 $n=k+1$일 때에도 성립한다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ)로부터 (가) 이상인 모든 자연수 n에 대하여 주어진 부등식은 성립한다.

위의 과정에서 (가)에 들어갈 숫자를 a라 하고, (나), (다)에 들어갈 식 $f(h), g(k)$라 할 때, $a+f(6)+g(7)$을 구하시오.

① 15 ②17 ③19 ④21 ⑤23



MEMO

말랑말랑한 센스

1. $a_1=52,\ a_2=46,\ 2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$이 처음으로 음수가 되는 항은 제 몇 항인가?

① 제9항　② 제10항　③ 제11항　④ 제12항　⑤ 제13항

2. $a_1=4,\ {a_{n+1}}^2=a_n\times a_{n+2}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n=2\times3^n-k$일 때, a_3과 상수 k의 합 a_3+k의 값은? [올림포스 평가문제집]

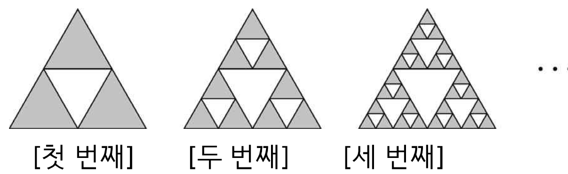
① 34　② 36　③ 38　④ 40　⑤ 42

3. 어느 생물의 개체 수 변화를 조사하였더니 매년 겨울동안 100마리가 죽지만 봄이 지나면 남은 개체들이 번식하여 매년 1.5배씩 일정한 비율로 증가한다. 2016년 여름에 조사하였을 때 이 생물의 개체 수가 428마리였다면, 2018년 여름에 이 생물의 개체 수는 얼마가 되겠는가?

① 214　② 492　③ 588　④ 642　⑤ 813

MEMO

4. 한 개의 정삼각형에서 각 변의 중점을 선분으로 이으면 4개의 작은 정삼각형이 생긴다. 이때, 가운데 정삼각형 하나를 잘라내면 3개의 정삼각형이 남는다. 남은 3개의 각 정삼각형에서 같은 과정을 반복하면 모두 9개의 정삼각형이 남고, 다시 9개의 각 정삼각형에서 같은 과정을 반복하면 모두 27개의 정삼각형이 남는다. 그림은 이와 같은 과정을 계속하여 만들어지는 도형을 나타낸 것이다.



두 정삼각형이 공유하는 꼭짓점은 한 개의 꼭짓점으로 셀 때, n번째 도형에서 남은 정삼각형들의 꼭짓점의 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 6$, $a_2 = 15$이다. a_5의 값은? [2011 3월]

① 366 ② 376 ③ 386
④ 396 ⑤ 406



MEMO

5. **자연수 n에 대하여 점 A_n이 x축 위의 점일 때, 점 A_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.**

(가) 점 A_1의 좌표는 $(2,\ 0)$이다.

(나) (1) 점A_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\dfrac{1}{x}\ (x>0)$과 만나는 점을 P_n이라 한다.

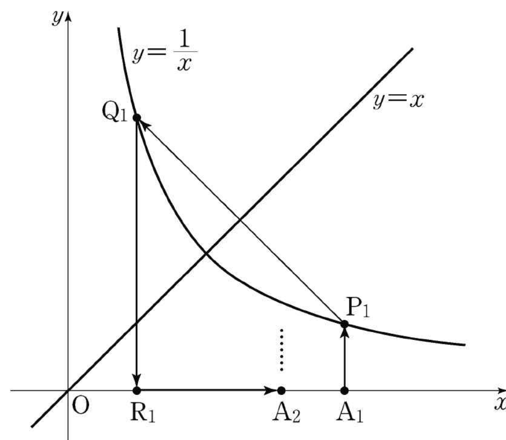
(2) 점P_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동 한 점을 Q_n이라 한다.

(3) 점Q_n을 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 R_n이라 한다.

(4) 점R_n을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을 A_{n+1}이라 한다.

점 A_n의 x좌표를 x_n이라 하자. $x_5=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [2010 평가원]





기쎈 Tip **“ 스토리가 반복되는 수열 문제는 어떻게 풀까? ”**

6. **다음은 모든 자연수 n에 대하여**

$$1\times n+2\times(n-1)+3\times(n-2)+\cdots+(n-1)\times 2+n\times 1=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

가 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)$=1=$(우변)이므로 주어진 식은 성립한다.

(ⅱ) $n=k$일 때 성립한다고 가정하면

$$1\times k+2\times(k-1)+3\times(k-2)+\cdots+k\times 1=\frac{k(k+1)(k+2)}{6}$$

이다. $n=k+1$일 때 성립함을 보이자.

$1\times(k+1)+2\times k+3\times(k-1)+\cdots+(k+1)\times 1$

$=1\times k+2\times(k-1)+3\times(k-2)+\cdots+k\times 1$

$+(1+2+3+\cdots+k)+$ (가)

$=\dfrac{k(k+1)(k+2)}{6}+$ (나)

$=$ (다)

그러므로 $n=k+1$일 때도 성립한다.

따라서 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 차례로 $f(k)$, $g(k)$, $h(k)$라고 할 때, $f(3)+g(3)+h(3)$의 값은? [올림포스]

① 31 ② 32 ③ 33
④ 34 ⑤ 35

MEMO



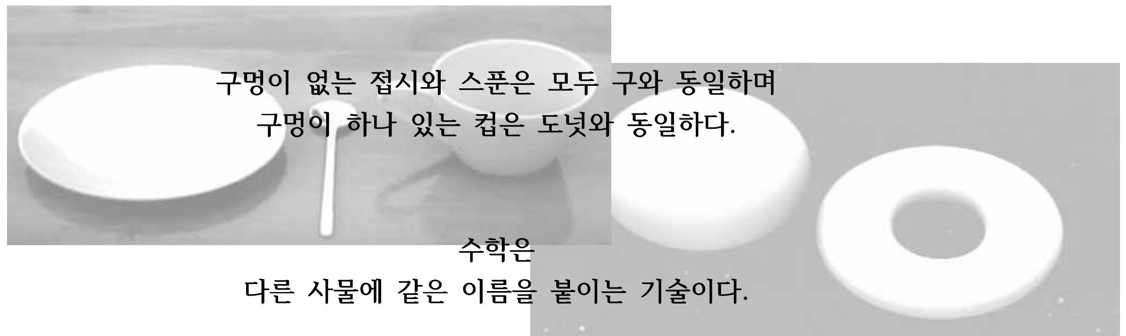
MEMO



읽기자료

“ 푸앵카레의 추측 ”

푸앵카레의 유연한 수학
세세한 모양의 차이는 신경 쓰지 않고 구멍의 수가 같으면 같은 모양



구멍이 없는 접시와 스푼은 모두 구와 동일하며
구멍이 하나 있는 컵은 도넛와 동일하다.

수학은
다른 사물에 같은 이름을 붙이는 기술이다.

이로부터 등장하는 푸앵카레의 추측

로켓 끝에 밧줄을 매달고 우주로 발사
우주 전체를 누빈 후 지구로 귀향

밧줄의 양 끝을 잡고 모두 회수할 수 있다면 우주는 둥근모양
밧줄이 어딘가에 걸려 모두 회수할 수 없다면 우주는 도넛모양

당대 최고의 수학자인 앙리 푸앙카레는
엄밀한 증명을 제시하지 않지만 모든 논문에 독창적인 아이디어가 있다.

“우리가 뭔가를 증명할 때는 논리를 가지고 한다.
그러나 뭔가를 발견할 때는 직관을 가지고 한다.“
- 앙리 푸앵카레

과연 우주의 모양에 관한 푸앵카레의 추측은 참일까?
(다음 화에서 계속)

- ebs 지식채널e ‘수학자1부 - 푸앵카레의 추측’ 中에서

기쎈 구명석의 수학2 끝장내기

ESSENTIAL CONCEPTS

Ⅳ. 지수와 로그



MEMO



12. 지수

단단한 기본기

1. 거듭제곱근

a가 실수이고 n이 2이상의 정수일 때, $x^n = a$를 만족하는 수 x를 a**의** n**제곱근**이라 한다.

1) n이 홀수 : a의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{a}$ 하나뿐이다.
2) n이 짝수
   - $a > 0$이면 a의 n제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$의 2개다.
   - $a = 0$이면 a의 n제곱근은 0이다.
   - $a < 0$이면 a의 n제곱근 중 실수인 것은 없다.



기쎈 Tip **" 거듭제곱근의 정의와 그래프^^ "**

MEMO

ex 1 **다음 중 옳지 않은 것은?**

① 5는 125의 세제곱근 중 하나이다.
② -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3뿐이다.
③ 16의 네제곱근은 $2, -2, 2i, -2i$이다.
④ 256의 네제곱근 중 실수인 것은 2개이다.
⑤ $x^n = a$에서 n이 홀수이고 a가 음수일 때, 이 방정식을 만족하는 실수 x는 없다.

ex 2 **임의의 실수 a에 대하여 $N(a,\ n)$을 a의 n제곱근($n \geq 2$) 중 실수인 것의 개수라 정의하자. 이때, 양의 실수 p에 대하여 $\sum_{n=2}^{100} N(-p,\ n)$의 값을 구하시오.** [2009 11월]



MEMO

2. 거듭제곱근의 성질

$a>0$, $b>0$이고 m, n이 2이상의 자연수일 때

(1) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$　　(2) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

(3) $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$　　(4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$



기쎈 Tip " 지수가 확장될수록 밑은 축소된다^^ "



기쎈 Tip " 거듭제곱근의 성질을 간단히 증명해 볼까?? "

MEMO

ex 3 $\sqrt[3]{4}\times\sqrt[3]{16}+\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$**의 값을** p, $\sqrt{\sqrt[3]{16}}\times\sqrt[12]{16}$**의 값을** q**라고 할 때, $p+q$의 값을 구하면?** [수능특강]

ex 4 **1이 아닌 양수** a**에 대하여 등식** $\sqrt{a}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a}=\sqrt[n]{a}$ **가 성립할 때, 자연수** n**의 값은?** [2012 6월]

① 3
② 4
③ 6
④ 8
⑤ 9



MEMO

ex 5 세 수 $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{12}$를 작은 것부터 차례로 나열한 것은?

① $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{12}$
② $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[6]{12}$
③ $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{8}$
④ $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[3]{6}$
⑤ $\sqrt[4]{8}$, $\sqrt[6]{12}$, $\sqrt[3]{6}$



기쎈 Tip " 거듭제곱근의 대소비교는 최소공배수^^ "

ex 6 실수 a, b에 대하여 $3^a = 4$, $9^{a+b} = 48$일 때, 3^{a+2b}의 값은?

[2013 6월]

① 9
② 10
③ 11
④ 12
⑤ 13

MEMO

ex 7 실수 a, b에 대하여 $3^a = 12^b = 6$이 성립할 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$의 값은?
[2009 3월]

① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$

④ 1 ⑤ $\frac{2}{3}$

ex 8 $2^{\frac{1}{3}} \div 3^{\frac{1}{3}} \times 18^{\frac{2}{3}}$의 값은? [2008 10월]

① 4 ② 6 ③ 8

④ 9 ⑤ 12

ex 9 $2^{\frac{1}{1+\sqrt{2}}} \times 2^{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}} \times 2^{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}} \times \cdots \times 2^{\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}}$의 값은?
[올림포스]

① 256 ② 512 ③ 1024

④ 2048 ⑤ 4096



MEMO

ex 10 **어떤 전자레인지에 피자 n조각을 굽는 데 걸리는 시간 t(분)은 다음과 같다.**

$$t = 1.2 \times n^{0.5}$$

이 전자레인지로 피자 8조각을 굽는 데 걸리는 시간은 피자 2조각을 굽는 데 걸리는 시간의 몇 배인가? [2004 3월]

① 1배 ② $\sqrt{2}$배 ③ 2배
④ $2\sqrt{2}$배 ⑤ 4배

말랑말랑한 센스

MEMO

1. 실수 a 의 n 제곱근 중 서로 다른 실수인 것의 개수를 $f(n,\ a)$ 이라 정의할 때, 다음 [보기]중 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, n은 2이상의 자연수이다.)

ㄱ. $f(2016,\ 2013)+f(2015,\ 2014)=3$
ㄴ. n 이 홀수일 때, $f(n,\ a)=f(n,\ -a)$
ㄷ. $ab>0$일 때, $f(2,\ a)\times f(2,\ b)=f(2,\ ab)$
ㄹ. $a>0$이면 $\sum_{n=2}^{10} f(n,\ a)=15$ 이다.

① ㄱ,ㄴ ② ㄱ,ㄴ,ㄷ ③ ㄴ,ㄷ,ㄹ
④ ㄱ,ㄷ,ㄹ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ,ㄹ

2. n 이 2 이상의 자연수일 때, n 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=2}^{m} f(n)=33$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값은?

[2009 10월]

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24



MEMO

3. $\left\{\left(\frac{9}{25}\right)^{\frac{3}{4}}\right\}^{\frac{2}{3}} \times \left\{\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{2}{5}}\right\}^{10}$**의 값은?** [올림포스]

① 360　② 365　③ 370　④ 375　⑤ 380

4. $x=2^{\frac{1}{4}}+2^{-\frac{1}{4}}$**일 때,** $\sqrt{x^2-4}+x$**의 값은?** [2004 4월]

① $2^{\frac{1}{4}}$　② $2^{\frac{3}{4}}$　③ $2^{\frac{5}{4}}$
④ $2^{\frac{7}{4}}$　⑤ $2^{\frac{9}{4}}$

5. **실수** x**에 대하여** $\frac{a^x-a^{-x}}{a^x+a^{-x}}=\frac{1}{2}$**일 때,** $\frac{a^{2x}-a^{-2x}}{a^{2x}+a^{-2x}}$**의 값은? (단,** $a>0$**)**

[올림포스 평가문제집]

① $\frac{8}{9}$　② $\frac{7}{8}$　③ $\frac{6}{7}$
④ $\frac{5}{6}$　⑤ $\frac{4}{5}$

MEMO

6. **세 실수 x, y, z가 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$과 $2^x=3^y=5^z$을 만족시킬 때, $2^x+3^y+5^z$의 값은?** [2012 9월]

① 2100　② 2400　③ 2700
④ 3000　⑤ 3300

7. **이차방정식 $x^2-20x+k=0$의 두 실근이 2^a, 4^a일 때, 상수 k의 값을 구하시오. (단, a는 실수이다.)** [올림포스]



MEMO

8. 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 $t(^{\circ}\mathrm{C})$이고 개체 중량이 $w(\mathrm{g})$일 때, A조개와 B조개가 1시간 동안 여과하는 양 (L)을 각각 Q_{A}, Q_{B}라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_{\mathrm{A}} = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$$
$$Q_{\mathrm{B}} = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 $20^{\circ}\mathrm{C}$이고 A조개와 B조개의 개체중량이 각각 8 g일 때, $\dfrac{Q_{\mathrm{A}}}{Q_{\mathrm{B}}}$의 값은 $2^{a}\times5^{b}$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수이다.) [2010 평가원]

① 0.15 ② 0.35 ③ 0.55 ④ 0.75 ⑤ 0.95

MEMO



읽기자료

“ 페렐만의 증명 ”

100년간 풀리지 않은 난제
‘푸앵카레의 추측’

수학자, 페렐만
기존의 수학적 접근과는 전혀 다르게 물리학적 변수를 적용.
구부러진 우주 공간을 펴는 수학방정식을 도입.

2006년
수학의 노벨상인 필즈상을 수상하지만
상과 100만달러의 상금까지 모두 거부한 페렐만

그는 누구인가.

“언젠가는 아무도 풀지 못하는 문제를 풀어보고 싶다.”
마음속에 간직한 오랜 꿈을 이루기 위해
미국 유명 대학의 교수직을 거절하고 그는 연구실 한 귀퉁이 책상을 선택.

오직 문제에만 집중한 7년
그리고 마침내 이룬
꿈

“나의 증명이 확실한 것으로 판명됐으면 그만이다.
더 이상 다른 인정은 필요 없다.“
- 야코블레비치 페렐만

- ebs 지식채널e ‘수학자2부 - 페렐만의 증명’ 中에서



MEMO



13. 로그

단단한 기본기

1. 로그의 정의

$$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \log_a b \ (a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0)$$



기쎈 Tip " 로그 너 누구니?? "

ex 1 $\log_{(x-2)}(-x^2+3x+10)$의 값이 존재하기 위한 실수 x의 값의 범위는?

[올림포스 평가문제집]

① $0 < x < 2$ ② $2 < x < 4$
③ $3 < x < 6$ ④ $0 < x < 2$ 또는 $2 < x < 3$
⑤ $2 < x < 3$ 또는 $3 < x < 5$

MEMO

2. 로그의 성질

$a>0$, $a\neq 1$ 이고 $x>0$, $y>0$ 일 때

(1) $\log_a a=1$, $\log_a 1=0$

(2) $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$

(3) $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$

(4) $\log_a x^n=n\log_a x$ (단, n은 실수)

3. **로그의 밑의 변환 공식**

$a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, $c>0$일 때

(1) $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ (단, $c\neq 1$)

(2) $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq 1$)

(3) $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$ (단, m,n은 실수, $m\neq 0$)

(4) $a^{\log_a b}=b$, $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq 1$)



기쎈 Tip **“ 로그의 성질을 쉽게 증명해 볼까? ”**



MEMO

ex 2 $\log_4\sqrt{12}-\log_4\sqrt{6}+\log_4\sqrt{8}$ **의 값은?** [올림포스 평가문제집]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

ex 3 **세 수** $A=5^{\log_5 3}$, $B=\dfrac{1}{\log_4 2}+\dfrac{1}{\log_3 5}$, $C=\dfrac{\log_3 30}{\log_3 5}$ **의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?** [2011 6월]

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $B<C<A$ ⑤ $C<B<A$

MEMO

ex 4 **[보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?** [2005 평가원]

[보 기]

ㄱ. $2^{\log_2 1+\log_2 2+\log_2 3+\cdots+\log_2 10}=1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdots \cdot 10$

ㄴ. $\log_2 (2^1\times 2^2\times 2^3\times \cdots \times 2^{10})^2=55^2$

ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3)\cdots(\log_2 2^{10})=55$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ex 5 **이차방정식** $x^2-4x+2=0$**의 두 근을** $\log a$, $\log b$**라 할 때,** $\log_a b+\log_b a$**의 값은?** [2012 10월]

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8



MEMO

4. 상용로그

1) 상용로그 : $\log_{10} N$ 과 같이 10을 밑으로 하는 로그

2) 양수 N에 대하여

$$\log N = n + \alpha \ (n\text{은 정수, } 0 \leqq \alpha < 1)\text{일 때}$$

- 숫자의 배열이 같고 소수점의 위치만 다른 양수의 상용로그는 n에 해당하는 정수 부분은 다르고, α에 해당하는 소수 부분은 같다.
- $n \geq 0$이면 N은 1보다 크거나 같고 정수 부분이 $n+1$자리인 수이다.
- $n < 0$이면 N은 1보다 작고 소수점 아래 $-n$째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나는 수이다.



기쎈 Tip **“ 상용로그 문제 유형별 정리^^ ”**

MEMO



기쎈 Tip " 상용로그표 "

$\log\frac{262}{k}=1.0186$**일 때, 다음의 상용로그표를 이용하여 양수 k의 값을 구하면?**

[올림포스 평가문제집]

	0	1	2
2.5	.3979	.3997	.4014
2.6	.4150	.4166	.4183
2.7	.4314	.4330	.4346
2.8	,4472	.4487	.4502

① 25.1　② 25.2　③ 25.3
④ 25.4　⑤ 25.5



MEMO

ex 6 $10 < x < 100$ 인 x에 대하여 $\log\sqrt{x}$의 소수 부분이 $\log\frac{1}{x}$의 소수 부분의 5배이다. $\log x = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [2014 7월]

ex 7 $\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $2x^2 - 33x + k = 0$ 의 두 근일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [2004 3월]

ex 8 3^{10}은 m자리 정수이고, $\left(\frac{3}{10}\right)^{10}$은 소수점 아래 n번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다. 이 때, $m+n$의 값은?

(단, $\log_{10}3 = 0.4771$) [2008 5월]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

MEMO

ex 9 **밀폐된 용기 속의 액체에서 증발과 응축이 계속하여 같은 속도로 일어나는 동적 평형 상태의 증기압을 포화 증기압이라 한다. 밀폐된 용기 속에 있는 어떤 액체의 경우 포화 증기압 P(mmHg)와 용기 속의 온도 t(℃) 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.**

$$\log \mathrm{P} = 8.11 - \frac{1750}{t+235} \quad (0 < t < 60)$$

용기 속의 온도가 15℃일 때의 포화 증기압을 P_1, 45℃일 때의 포화 증기압을 P_2라 할 때, $\frac{\mathrm{P}_2}{\mathrm{P}_1}$의 값은? [2012 평가원]

① $10^{\frac{1}{4}}$　② $10^{\frac{1}{2}}$　③ $10^{\frac{3}{4}}$
④ 10　⑤ $10^{\frac{5}{4}}$



MEMO

말랑말랑한 센스

1. 모든 실수 x에 대하여 $\log_{a-1}(x^2+ax+a)$의 값이 존재하도록 하는 정수 a의 값은? [올림포스]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

2. $a=\log_2(2+\sqrt{3})$일 때, $4^a+\frac{4}{2^a}$의 값을 구하시오. [2010 평가원]

3. 양의 정수 n에 대하여 $\log n$의 정수 부분을 $f(n)$, 소수 부분을 $g(n)$이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 양의 정수 n의 개수는? [2011 3월]

(가) $f(3)<f(n)<f(2011)$
(나) $\{g(n)\}^2-g(n)+\log 2\cdot\log 5<0$

① 326　② 328　③ 330　④ 332　⑤ 334

MEMO

4. $\log x$의 소수 부분 α가 $0<\alpha<\frac{1}{4}$일 때, $\log x^2$의 소수 부분과 $\log\frac{\sqrt{10}}{x^2}$의 소수 부분의 합은? [2006 평가원]

① 1　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{5}$

5. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 모든 양의 실수 x의 곱은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대정수이다.) [2010 4월]

(가) $[\log x]=[\log 365]$
(나) $\log x^3-[\log x^3]=\log\frac{1}{x}-\left[\log\frac{1}{x}\right]$

① 10^9　② $10^{\frac{19}{2}}$　③ 10^{10}
④ $10^{\frac{21}{2}}$　⑤ 10^{11}



기쎈 Tip " 시험에 꼭 나오는 소수부분에 관한 문제^^ "



MEMO

6. $\log x = -\frac{4}{5}$일 때, x^2은 소수점 아래 a번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자 b가 나타난다. $a+b$의 값은?
(단, $\log 2$는 0.30, $\log 3$은 0.48로 계산한다.) [2010 9월]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

7. 지진 발생시 에너지의 세기를 나타내는 척도인 리히터 규모 M과 그 에너지 E 사이에는

$$\log E = k + 1.5M \ (k\text{는 상수})$$

인 관계가 성립한다. A지역에서 발생한 지진의 리히터 규모는 B지역에서 발생한 지진의 리히터 규모의 크기의 2배이고, A지역에서의 에너지는 B지역에서의 에너지의 100배일 때, A지역의 리히터 규모를 구하시오.
[올림포스 평가문제집]

MEMO



읽기자료



지수 선배가 알려주는 하루 10분의 기적

안녕! 나는 대학에서 꿈을 향해 열심히 달리고 있는 선생님의 제자 백지수야.
인생에서 가장 멋진 도전을 하고 있는 너에게
하루 10분의 투자로 기적의 효과를 볼 수 있는 꿈을 기록하는 방법을 알려줄게.

1단계) 매일 아침,
'오늘 하루 어떤 일을 하고 싶은가. 내가 어떤 사람이 되고 싶은가.'를 적는다.
2단계) 1단계에서 적은 문장을 똑같이 3번 따라 적는다.
3단계) 시간이 날 때마다 입으로 따라 읽는다.

나는 고등학교 때부터 성인이 된 지금까지 목표가 생기면
그 꿈을 이룰 때까지 하루도 거르지 않고 이 글을 적어.
보통 꿈이라는 게 생기면 대부분의 가슴은 금방 식어버리지만
머리는 분명하게 기억하거든.
그러니까 머리에 너희의 간절함을 각인해 버리는 거야.
나는 꼭 이런 사람이 되겠다고.
나는 지금 너희의 노력이 너희가 지금 어떤 선택을 하든,
어떤 일시적인 결과를 맺든,
미래의 탄탄한 밑받침이 될 것이라고 장담해.
나에게 수능공부를 했던 그 순간은,
내 삶에서 가장 간절했던 시간이자, 가장 타오르는 시간이자,
앞으로 어떤 일을 하게 되든
내 삶의 가장 기본이 되는 밑거름이라고 생각하거든.

자, 지금부터 당장 꿈을 적어보자!
1년 뒤 너희가 만끽할 자유를 생각하면서 말이야.
너희 곁에서 항상 응원할게.
지금 이 소중한 순간을, 소중한 내 자신을 위해서 투자하는 네가 되길 바라면서,
멋진 어른이 되어 만나자!



MEMO

ESSENTIAL CONCEPTS

기쎈 구명석의 수학2 끝장내기

V. 빠른 정답



MEMO

1장 집합 (1)

예제 1) ⑤
예제 2) ④
예제 3) ②
예제 4) ④
예제 5) ④

센스 1) ③
센스 2) ①
센스 3) 128
센스 4) ④
센스 5) ⑤
센스 6) ②

2장 집합 (2)

예제 1) 17
예제 2) 11
예제 3) 4
예제 4) ③
예제 5) 7
예제 6) 17

센스 1) ⑤
센스 2) ④
센스 3) ⑤
센스 4) ⑤

3장 명제 (1)

예제 1) ②
예제 2) 7
예제 3) 8
예제 4) 16개
예제 5) 81
예제 6) ④
예제 7) ③
예제 8) 역 : n이 짝수이면 n^2은 짝수이다.(참),
대우 : n이 홀수이면 n^2은 홀수이다.(참)
예제 9)
주어진 명제의 대우는 '두 자연수 m, n이 모두 홀수이면 mn은 홀수이다.'이다.
두 홀수 m, n은 $m=2k-1$, $n=2l-1$(k,l은 자연수)로 나타낼 수 있다.
이때, $mn=(2k-1)(2l-1)=2(2kl-k-l+1)-1$이고, $2kl-k-l+1$은 자연수이므로 mn은 홀수이다. 따라서 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

센스 1) ④
센스 2) ⑤
센스 3) ③
센스 4) ③
센스 5) ⑤

MEMO

4장 명제 (2)

예제 1) ②
예제 2) ④
예제 3) ③
예제 4) ③
예제 5) ④

센스 1) ⑤
센스 2) 5
센스 3) ④
센스 4) ⑤
센스 5) ⑤
센스 6) ②

5장 함수

예제 1) ⑤
예제 2) ②
예제 3) $a=3,\ b=1$
예제 4) 12
예제 5) ⑤
예제 6) ④
예제 7) 7

센스 1)②
센스 2) 25
센스 3) ④
센스 4) 5
센스 5) -1

6장 합성함수와 역함수

예제 1) ①
예제 2) ⑤
예제 3) ②
예제 4) ③
예제 5) ③
예제 6) ④
예제 7) ⑤
예제 8) 129
예제 9) ①
예제 10) $-\frac{1}{4}$

센스 1) ④
센스 2) 4
센스 3) ③
센스 4) ①
센스 5) ④
센스 6) ④



MEMO

7장 유리함수

예제 1) -3
예제 2) ⑤
예제 3) ②
예제 4) 127
예제 5) ④
예제 6) 0
예제 7) ⑤
예제 8) ④

센스 1) ①
센스 2) $-\frac{5}{7}$
센스 3) 6
센스 4) $-\frac{5}{7}$

8장 무리함수

예제 1) ②
예제 2) ④
예제 3) 18
예제 4) ⑤
예제 5) ②
예제 6) ①
예제 7) ④
예제 8) ⑤

센스 1) ③
센스 2) ④
센스 3) ②
센스 4) ⑤

9장 등차수열과 등비수열

예제 1) ⑤
예제 2) ②
예제 3) ②
예제 4) ⑤
예제 5) ④
예제 6) ①
예제 7) ①
예제 8) ⑤
예제 9) 21
예제10) 12
예제11) ⑤
예제12) ④
예제13) ②
예제14) ③
예제15) ⑤

센스 1) ③
센스 2) ②
센스 3) ②
센스 4) ①

MEMO

10장 수열의 합

예제 1) ②
예제 2) 20
예제 3) ③
예제 4) 47
예제 5) ④

센스 1) ④
센스 2) 332
센스 3) ①
센스 4) ④
센스 5) ④

11장 수학적귀납법

예제 1) 40
예제 2)1024
예제 3) 511
예제 4) 10
예제 5) ③
예제 6) 247
예제 7) -1
예제 8) ③
예제 9) ②
예제10) ②

센스 1) ②
센스 2) ③
센스 3) ③
센스 4) ①
센스 5) 21
센스 6) ④

12장 지수

예제 1) ⑤
예제 2) 49
예제 3) 9
예제 4) ③
예제 5) ④
예제 6) ④
예제 7) ①
예제 8) ②
예제 9) ②
예제 10)③

센스 1) ①
센스 2) ④
센스 3) ④
센스 4) ③
센스 5) ⑤
센스 6) ③
센스 7) 64
센스 8) ②

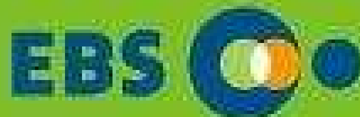


MEMO

13장 로그

예제 1) ⑤
예제 2) ④
예제 3) ⑤
예제 4) ①
예제 5) ④
예제 6) 31
예제 7) 16
예제 8) ①
예제 9) ③

센스 1) ①
센스 2) 15
센스 3) ②
센스 4) ②
센스 5) ②
센스 6) ②
센스 7) $\frac{8}{3}$



www.ebsi.co.kr

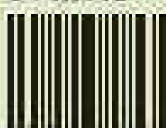
수능개념 수학

기쎈 구명석의

수학 II 끝장내기



정가 6,000원




시청자센터 & 인터넷 VOD 문의

교재 구입 문의

교재 내용 문의

기쎈 구명석의 수학 II 끝장내기